

UNIVERSITÉ de NANTES
FACULTÉ DES SCIENCES ET DES TECHNIQUES

ÉCOLE DOCTORALE
SCIENCES ET TECHNOLOGIES
DE L'INFORMATION ET MATHÉMATIQUES

Année 2011

N ° attribué par la bibliothèque

□□□□□□□□□□

Influence de la cinématique d'une articulation de genou polycentrique sur la marche d'un robot bipède

THÈSE DE DOCTORAT

Discipline : Automatique et Informatique Appliquée

Spécialité : Robotique

Présenté
et soutenue publiquement par

Arnaud Hamon

Le 9 Décembre 2011, devant le jury ci dessous

Président

Féthi Ben	OUEZDOU	Professeur à l'Université de Versailles Saint Quentin
-----------	---------	---

Rapporteurs

Philippe	FRAISSE	Professeur à l'Université de Montpellier
Philippe	SOUERES	Directeur de Recherche CNRS au LAAS

Examineurs

Gabriel	ABBA	Professeur à l'École Nationale d'Ingénieurs de Metz
Yannick	AOUSTIN	Maître de Conférences, HDR, à l'Université de Nantes
Christine	CHEVALLEREAU	Directeur de Recherche CNRS à l'IRCCyN
Sophie	SAKKA	Maître de Conférences à l'Université de Poitiers

Directeur de thèse : Yannick AOUSTIN

ED : 503-151

Remerciement

Je tiens tout d'abord à remercier mon directeur de thèse, monsieur Yannick Aoustin, pour m'avoir donné la possibilité d'accomplir ce travail. Son soutien et ses conseils m'ont toujours permis d'avancer et je ne saurais imaginer de meilleure manière d'intégrer le monde de la recherche.

Je remercie monsieur Philippe Fraisse et monsieur Philippe Soueres qui m'ont fait l'honneur d'accepter d'être rapporteurs de ma thèse. Leurs remarques et leurs questions m'ont permis d'améliorer ce manuscrit et m'ont donné de nombreuses perspectives.

Je souhaite remercier également monsieur Gabriel Abba, madame Christine Chevallereau ainsi que madame Sophie Sakka pour avoir acceptés de faire partie de mon jury. Je remercie monsieur Féthi Ben Ouedou pour avoir accepté la présidence de mon jury de thèse.

Je souhaite plus particulièrement remercier madame Ludmilla Gaude dont le soutien, les conseils et les nombreuses corrections m'ont permis de faire aboutir ce travail.

Je souhaite remercier également l'ensemble des membres de l'IRCCyN et plus particulièrement les membres de l'équipe robotique pour leur accueil chaleureux.

Enfin je souhaite remercier monsieur David Tlalolini pour son amitié et ses conseils.

Table des matières

Introduction Générale	1
1 Anatomie du genou humain et modèle proposé	5
1.1 Introduction	5
1.2 Anatomie du genou humain	7
1.2.1 Comportement de l'articulation fémoro-tibiale dans le plan sagittal	8
1.2.2 Mouvement de l'articulation fémorotibiale hors du plan sagittal . .	9
1.3 Modèle de genou proposé	11
1.4 Conclusion	14
2 Étude cinématique de l'articulation 4-barres	15
2.1 Introduction	15
2.2 Fonctionnement de l'articulation à 4-barres.	16
2.3 Équations de contraintes pour une structure fermée	16
2.3.1 Résolution des équations de contrainte en position	18
2.3.2 Obtention des vitesses et accélérations de la structure à 4-barres . .	19
2.4 Étude de singularité des architectures de type 4-barres	20
2.4.1 Problème de singularité	20
2.4.2 Étude des singularités de l'articulation à 4-barres	23
2.5 Détermination du centre de rotation instantané	28
2.6 Détermination du rapport de réduction de l'articulation 4-barres	30
2.7 Conclusion	31
3 Modélisation dynamique d'un robot bipède plan	33
3.1 Introduction	33
3.2 Présentation du robot bipède étudié	34
3.3 Modèle dynamique d'un robot à structure fermée	34
3.4 Modèle dynamique en phase de simple appui	37
3.4.1 Calcul des couples articulaires	37
3.4.2 Calcul des efforts et du centre de pression	39
3.4.3 Calcul des éléments \mathbf{A} , \mathbf{C} , \mathbf{Q} et $\mathbf{D}_\mathbf{r}$	40
3.5 Modèle dynamique en phase de double appui	41
3.6 Phase de simple appui sous-actionnée	42
3.6.1 Modèle dynamique en simple appui sous-actionné	43
3.6.2 Calcul des trajectoires articulaires en phase sous-actionnée	43
3.6.2.1 Paramétrisation de la trajectoire	44
3.6.2.2 Calcul de l'évolution de s	44

3.7	Modèle d'impact	46
3.7.1	Les différentes solutions envisageables suite à un impact impulsif	46
3.7.2	Modèle d'impact impulsif et résolution	47
3.8	Prise en compte de ressorts dans la modélisation dynamique	48
3.9	Conclusion	49
4	Génération de trajectoires de marche optimales	51
4.1	Introduction	51
4.2	Définition des différentes allures de marche	52
4.3	Optimisation de trajectoires de marche de type 1	53
4.4	Optimisation de trajectoires de marche de type 2	55
4.5	Optimisation de trajectoires de marche de type 3	57
4.6	Modèle géométrique inverse du robot	60
4.7	Problème d'optimisation paramétrique	60
4.7.1	Critère	61
4.7.1.1	Choix d'un critère d'optimisation	61
4.7.1.2	Cas particuliers durant une phase de simple appui sous-actionnée	62
4.7.2	Contraintes	63
4.7.2.1	Contraintes dynamiques	63
4.7.2.2	Contraintes technologiques	64
4.7.2.3	Contraintes spécifiques à la marche sous-actionnée.	65
4.8	Conclusion	65
5	Études énergétiques pour différentes allures	67
5.1	Introduction	67
5.2	Simulation de marche de type 1	68
5.3	Simulation de marche de type 2	79
5.4	Simulation de marche de type 3	93
5.5	Utilisation de ressorts aux genoux	98
5.6	Conclusion	102
	Conclusion et Perspectives	105
	Appendices	109
A	Positions des centres de masse du robot bipède	111
A.1	Cas du robot bipède équipé d'une articulation pivot aux genoux	111
A.1.1	Présentation du robot avec articulations pivots aux genoux	111
A.1.2	Positions des centres de masse	111
A.2	Cas du robot bipède à articulations 4-barres	113
A.2.1	Présentation du robot	113
A.2.2	Positions des centres de masses	113
B	Modèles d'un robot bipède avec genoux de type pivot	117
B.1	Modèle dynamique en phase de simple support	117
B.2	Modèle dynamique en phase de double support	119

B.3	Modèle d'impact	120
B.3.1	Impact à la fin de la phase de double appui	120
B.3.2	Impact à la fin de la phase de simple appui	120
C	Modèle géométrique inverse en phase de double appui	121
C.1	Calcul des angles q_{p_1} et q_{p_2} en phase de double appui	121
	Bibliographie	123

Table des figures

1.1	Différentes articulations modélisables par des liaisons simples.	6
1.2	Vue de face de l'articulation du genou	7
1.3	Vue latérale de l'articulation du genou	8
1.4	Allongement du bras de levier du genou.	9
1.5	Illustration du mouvement de roulement-glissement.	10
1.6	Vue de côté du genou en extension et en flexion	10
1.7	Illustration des comportements extrêmes en cas de roulement pur ou glissement pur.	10
1.8	Les mouvements possibles du genou.	11
1.9	Modèle mathématique des surfaces articulaires d'un genou humain	12
1.10	Le robot LARP de G.Gini.	13
1.11	Modèle de genou avec structure à 4-barres	13
2.1	Représentation du genou à 4-barres	16
2.2	Représentation de l'articulation à 4-barres pour différentes positions du tibia.	17
2.3	Articulation à 5-barres dans une position quelconque	21
2.4	Articulation à 5-barres en position singulière de type sériel.	21
2.5	Articulation à 5-barres en position singulière de type parallèle.	22
2.6	Articulation à 5-barres en position singulière de type 3.	22
2.7	Représentation d'une articulation 4-barres.	23
2.8	Structure non croisée : tracé de l'évolution de la sortie θ en fonction de l'entrée α	26
2.9	Structure croisée : tracé de l'évolution de la sortie θ en fonction de l'entrée α	26
2.10	Tracé des dérivées A et B pour la détermination des points de singularité.	27
2.11	Singularités de l'articulation à 4-barres	27
2.12	Tracé de l'évolution de la sortie θ en fonction de l'entrée α pour différentes valeurs du paramètres k_3	28
2.13	Tracé de l'évolution du CRI pour différentes positions de l'articulation du genou.	29
2.14	Tracé de l'évolution du rapport de réduction δ en fonction de la sortie θ	30
3.1	Les phases du cycle de marche	34
3.2	Représentation du robot bipède plan.	35
3.3	Vue détaillée de l'articulation du genou du robot bipède.	35
3.4	Représentation du pied du robot	40
3.5	Bilan des efforts au centre de gravité.	42

4.1	Allure de type 1	52
4.2	Allure de type 2	53
4.3	Allure de type 3	53
4.4	Position des pieds en phase de simple appui	53
4.5	Position des pieds en phase de double appui	55
4.6	Impact en fin de phase de double appui.	56
4.7	Impact en fin de phase de simple appui.	56
5.1	Évolution de la consommation énergétique en fonction de la vitesse de marche	68
5.2	Marche de type 1 pour une vitesse de marche de 1.4 km/h	69
5.3	Marche de type 1 pour une vitesse de marche de 2.2 km/h	69
5.4	Marche de type 1 pour une vitesse de marche de 2.9 km/h	70
5.5	Évolution de la durée du pas en fonction de la vitesse de marche.	70
5.6	Évolution des variables articulaires actionnées pour une vitesse de marche de 1.4 km/h	71
5.7	Évolution des variables articulaires actionnées pour une vitesse de marche de 2.2 km/h	71
5.8	Évolution des variables articulaires actionnées pour une vitesse de marche de 2.9 km/h	72
5.9	Évolution des vitesses articulaires actionnées pour une vitesse de marche de 1.4 km/h	72
5.10	Évolution des vitesses articulaires actionnées pour une vitesse de marche de 2.2 km/h	73
5.11	Évolution des vitesses articulaires actionnées pour une vitesse de marche de 2.9 km/h	73
5.12	Évolution des couples articulaires pour une vitesse de marche de 1.4 km/h	74
5.13	Évolution des couples articulaires pour une vitesse de marche de 2.2 km/h	74
5.14	Évolution des couples articulaires pour une vitesse de marche de 2.9 km/h	74
5.15	Évolution du ZMP pour différentes vitesses de marche	76
5.16	Évolution de la position verticale de la hanche pour différentes vitesses de marche	77
5.17	Évolution du centre de masse du robot pour différentes vitesses de marche	78
5.18	Amplitude des impacts pour différentes vitesses de marche.	78
5.19	Composante normale et tangentielle de la réaction du sol pour plusieurs vitesses.	79
5.20	Marche de type 2 pour une vitesse de marche de 1.4 km/h	80
5.21	Marche de type 2 pour une vitesse de marche de 2.2 km/h	80
5.22	Marche de type 2 pour une vitesse de marche de 2.9 km/h	80
5.23	Évolution de la consommation énergétique en fonction de la vitesse de marche.	81
5.24	Évolution des variables articulaires actionnées pour une vitesse de marche de 1.4 km/h	82
5.25	Évolution des variables articulaires actionnées pour une vitesse de marche de 2.2 km/h	82
5.26	Évolution des variables articulaires actionnées pour une vitesse de marche de 2.9 km/h	83
5.27	Évolution des vitesses articulaires actionnées pour une vitesse de marche de 1.4 km/h	83

5.28	Évolution des vitesses articulaires actionnées pour une vitesse de marche de 2.2 km/h	84
5.29	Évolution des vitesses articulaires actionnées pour une vitesse de marche de 2.9 km/h	84
5.30	Évolution des couples articulaires pour une vitesse de marche de 1.4 km/h	85
5.31	Évolution des couples articulaires pour une vitesse de marche de 2.2 km/h	85
5.32	Évolution des couples articulaires pour une vitesse de marche de 2.9 km/h	85
5.33	Évolution du couple en fonction de la vitesse relative sur le genou de la jambe d'appui	86
5.34	Consommation d'énergie durant la phase de simple appui et durant la phase de double appui pour différentes vitesses.	88
5.35	Évolution de la durée des phases de simple appui et de double appui en fonction de la vitesse de marche.	89
5.36	Évolution du ZMP pour différentes vitesses de marche	89
5.37	Évolution de la position verticale de la hanche pour différentes vitesses de marche.	90
5.38	Évolution du centre de masse du robot pour différentes vitesses de marche	91
5.39	Amplitude des impacts pour différentes vitesses de marche de type 2.	91
5.40	Composantes normale et tangentielle de la réaction du sol sur le pied 1.	92
5.41	Composantes normale et tangentielle de la réaction du sol sur le pied 2.	93
5.42	Marche de type 3 pour une vitesse de marche de 2.5 km/h avec des genoux à 4-barres	94
5.43	Évolution des variables articulaires pour une marche à 2.5 km/h avec des genoux à 4-barres	95
5.44	Évolution des vitesses articulaires pour une marche à 2.5 km/h avec des genoux à 4-barres	96
5.45	Évolution des couples articulaires pour une marche à 2.5 km/h avec des genoux à 4-barres	96
5.46	Évolution du critère d'optimisation en fonction de vitesse de marche.	97
5.47	Évolution de l'angle de rotation final du pied d'appui en fonction de la vitesse de marche.	97
5.48	Schéma de l'articulation à 4-barres avec les deux solutions de ressorts.	99
5.49	Évolution de la consommation énergétique en fonction de la vitesse de marche.	99
5.50	Marche de type 1 pour une vitesse de marche de 2.2 km/h avec ressorts.	100
5.51	Évolution du coefficient de raideur pour le cas des genoux à 4-barres équipés de ressorts en torsion.	101
5.52	Évolution du coefficient de raideur pour le cas des genoux à 4-barres équipés de ressorts en extension.	101
5.53	Évolution des couples articulaires pour une vitesse de marche de 2.2 km/h	102
5.54	Évolution des composantes normale et tangentielle de la force de réaction du sol pour une vitesse de 2.2 km/h	103
5.55	Évolution du ZMP pour une vitesse de 2.2 km/h , pour un robot utilisant des genoux à 4-barres avec ressorts.	103
A.1	Représentation du robot bipède équipé d'une articulation pivot aux genoux.	112
A.2	Représentation du robot bipède équipé d'articulations à 4-barres aux genoux.	114
A.3	Représentation d'une articulation du genou à 4-barres.	114

B.1	Représentation d'un robot bipède dans le plan sagittal.	118
-----	---	-----

Liste des tableaux

2.1	Caractéristiques du genou à 4-barres.	18
3.1	Paramètres géométriques et inertiels du robot bipède.	36
4.1	Résumé des caractéristiques des différentes allures	60
4.2	Caractéristiques des actionneurs du robot Hydroïd	65
5.1	Tableau de répartition des consommations d'énergie par articulation. . . .	75
5.2	Tableau de répartition des consommations d'énergie en phase de double appui.	87
5.3	Tableau de répartition des consommations d'énergie en phase de simple appui.	87
5.4	Tableau de répartition des consommations d'énergie par articulation pour une vitesse de 2.2 <i>km/h</i>	100

Introduction Générale

Introduction Générale

L'identification et la compréhension des mécanismes, qui sont mis en jeu dans la marche humaine est un défi majeur et commun à de nombreux domaines de recherche. La fonction locomotrice est un centre d'intérêt en médecine pour la conception de prothèses [Aglietti *et al.*, 2006] et d'orthèses mais aussi pour le diagnostic des pathologies de la marche. Les bio-mécaniciens s'intéressent à la marche humaine pour la comprendre [Doriot, 2001]. En robotique humanoïde, l'objectif final est de reproduire le plus fidèlement possible la marche de l'homme [Dasgupta and Nakamura, 1999], [Suleiman *et al.*, 2008] afin de s'adapter au mieux à notre environnement. Une des difficultés majeures de ces recherches se trouve dans l'identification de la cinématique du corps humain. En effet, les nombreuses études réalisées en biomécanique ont montré que les articulations du corps humain et notamment des membres inférieurs ne peuvent pas être réduites à des articulations simples. Cependant, ce type d'articulations est communément utilisé lors de la conception de robots humanoïdes, ou pour la définition de modèles du corps humain, notamment en capture de mouvement.

Un problème de compatibilité entre les modèles ou les architectures de robots utilisés et la cinématique du corps humain peut alors apparaître. L'utilisation en analyse du mouvement de modèles anthropométriques de plus en plus précis [Dempster, 1955], [Hanavan, 1964], [de Leva, 1996], [Monnet, 2007], qui permettent de déterminer les caractéristiques géométriques et inertielles des différentes parties du corps humain pour une personne donnée, s'avère un point important dans la compréhension de phénomènes liés à la marche. Il est donc nécessaire d'améliorer les modèles liés à la cinématique du corps humain.

La simplification des articulations humaines par un ensemble de liaisons à un degré de liberté en rotation est une approximation relativement précise. En effet, certaines articulations, notamment l'articulation coxo-fémorale, sont des articulations très proches d'une liaison rotule. De plus, on peut se poser la question de l'utilité de la mise en place d'articulations complexes et difficiles à concevoir à la place de simple liaisons pivots, notamment en robotique, où l'objectif n'est pas nécessairement la reproduction parfaite du corps humain et de ses capacités.

On peut constater que certaines articulations humaines possèdent des caractéristiques très proches de liaisons de type rotule. Pour quelles raisons alors, l'évolution a-t-elle engendré des articulations telles que l'articulation fémoro-tibiale qui en est beaucoup plus éloignée ? De plus, la mise en place d'une articulation aussi complexe et éloignée d'une liaison pivot pour le genou n'est pas une évolution récente et spécifique à l'homme. On peut voir que la forme de l'articulation du genou est une constante dans l'évolution de très nombreuses espèces depuis 320 millions d'années [Dye, 1987]. Ce type d'articulation a probablement une utilité qui n'est pour l'instant pas complètement définie.

Bien entendu, il n'est pas question de remettre en cause les avancées considérables réalisées notamment en robotique humanoïde ces dernières années, que ce soit le robot anthropomorphe Rabbit [Chevallereau *et al.*, 2003a], développé en France, qui a permis de mettre en évidence l'intérêt et la possibilité d'utiliser une phase de déséquilibre lors de la marche, où les robots HRP2 [Kaneko *et al.*, 2004] à HRP4 [Kaneko *et al.*, 2009] de la société Japonaise Kawada Industries dont les capacités de marche et d'interaction en font des plate-formes de références. Cependant, tous ces robots et bien d'autres (Wabian-2 : [Ogura *et al.*, 2006], ...), ont des architectures très proches. Toutes leurs articulations sont composées d'une à trois liaisons pivots d'axes concourants. Malgré leurs capacités de mobilité indéniables, il serait intéressant d'étudier la possibilité de la mise en place d'articulations dont la cinématique est plus proche de celles du corps humain et notamment pour l'articulation du genou.

L'objectif de cette thèse est donc de proposer un mécanisme pour l'articulation du genou d'un robot bipède permettant de retrouver les caractéristiques observées chez l'homme. A travers les travaux réalisés en biomécanique, nous proposerons un mécanisme susceptible de reproduire le mouvement humain. Nous présenterons de façon rigoureuse les caractéristiques de ce mécanisme, notamment en terme de cinématique. A partir de cette articulation de genou, nous présenterons le modèle d'un robot bipède planaire qui utilise cette articulation. Nous réaliserons alors progressivement, à l'aide d'un algorithme d'optimisation paramétrique, un ensemble de mouvements de marche de plus en plus proches de la marche humaine. Ces mouvements de marche seront comparés, notamment en terme de consommation d'énergie, à ceux obtenus pour un robot bipède similaire mise à part la présence d'articulations pivots pour le genou.

Cette thèse est structurée en cinq chapitres. Nous présenterons dans le chapitre 1, le fonctionnement de l'articulation du genou humain. De plus, dans ce chapitre, nous proposerons une réflexion sur les différentes solutions envisageables pour la réalisation d'une articulation de genou polycentrique utilisable dans le cadre de la robotique humanoïde. Enfin, nous effectuerons un choix sur une solution de mécanisme à partir des avantages et des inconvénients de chacune des solutions abordées.

A partir de ce choix nous proposerons un modèle d'articulation de genou sur lequel toute la suite de l'étude va s'appuyer. Le type d'articulation que nous proposerons étant constitué

d'un mécanisme parallèle, une étude complète de la cinématique de cette articulation sera proposée dans le chapitre 2. Ce travail nécessaire à la compréhension de ce type de mécanisme, nous permettra de définir le domaine accessible par l'articulation du genou sans passer par une singularité. De plus, l'étude des singularités montrera que l'utilisation d'un mécanisme parallèle à 4-barres pour l'articulation du genou d'un robot bipède, doit tenir compte du mode d'assemblage de cette articulation.

A partir de ce choix d'articulation, ainsi que de son étude cinématique, nous définirons un ensemble de modèle dynamique de robot bipède qui est équipé de ce mécanisme pour les articulations des genoux. Ce travail effectué dans le chapitre 3 abordera la modélisation dynamique d'un robot bipède, qui comporte des structures fermées dans son architecture, pour des mouvements de marche pouvant contenir des phases de double appui, de simple appui pied à plat, ainsi que des phases de simple appui avec une rotation du pied d'appui autour de son arête frontale. De plus, nous présenterons un ensemble de modèles pour les impacts qui apparaissent lors des différents allures de marche.

Le robot bipède étudié ayant été présenté, ainsi que ces différentes modèles dynamiques, nous pourrons alors définir des mouvements de marche optimale afin d'étudier l'impact de l'utilisation d'articulations à 4-barres pour les genoux d'un robot bipède. Les différentes allures permettant de produire des trajectoires de marche à consommation énergétique minimale seront définies par une optimisation paramétrique. Ces méthodes d'optimisation seront présentées dans le chapitre 4.

A partir de l'ensemble de ces chapitres nous comparerons, dans le chapitre 5, les performances entre un robot bipède utilisant des articulations pivots classiques aux genoux et un robot bipède équipé d'articulations de genou à 4-barres. Cette comparaison sera effectuée sur les différentes allures de marche proposées dans le chapitre précédent afin de vérifier que les observations effectuées pour les allures les plus simples se vérifient pour des allures de marche plus proches de celles de l'humain. Enfin, nous étudierons l'effet de l'utilisation d'un ressort en parallèle de l'actionneur de l'articulation du genou sur la consommation énergétique.

Publications effectuées dans le cadre de ce travail :

Publications en conférences internationales :

- A. Hamon et Y. Aoustin, Compliance for a cross four-bar knee joint, The 14th International Conference on Climbing and Walking Robots and the Support Technologies for Mobile Machines - CLAWAR 2011, Paris, France.
- A. Hamon et Y. Aoustin, Cross four-bar structure with spring for the knee of a bipedal robot, Multibody Dynamics 2011 ECCOMAS, Bruxelles, Belgique.
- A. Hamon et Y. Aoustin, Cross four-bar linkage for the knees of a planar bipedal robot, 2010 IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots - Humanoids 2010, Nashville, États-Unis [Hamon and Aoustin, 2010].
- A. Hamon et Y. Aoustin, Study of different structures of the knee joint for a planar bipedal robot, 2009 IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots - Humanoids 2009, Paris, France, [Hamon and Aoustin, 2009].

Publications en conférences nationales :

- A. Hamon et M. Hobon, Comparaison de différentes solutions pour l'articulation du genou d'un robot bipède, Journées Nationales de la Robotique Humanoïde 2011 - JNRH 2011, Toulouse, France.
- A. Hamon et Y. Aoustin, Modèles de genou pour la marche bipède, Journées Nationales de la Robotique Humanoïde 2010 - JNRH 2010, Poitiers, France.
- A. Hamon, Modèles de genou pour la marche bipède, Journées des Doctorants de l'Ecole Doctorale STIM - JDOC 2010, Nantes, France.
- A. Hamon, Etude de deux solutions pour l'articulation du genou d'un robot bipède, Journées des Jeunes Chercheurs en Robotique - JJCR 2009, Vierzon, France.
- A. Hamon et Y. Aoustin, Génération de trajectoires optimales pour un robot bipède plan avec prise en compte du balancement des bras, Journées Nationales de la Robotique Humanoïde 2009 - JNRH 2009, Nantes, France.

Chapitre 1

Anatomie du genou humain et modèle proposé

Sommaire

1.1	Introduction	5
1.2	Anatomie du genou humain	7
1.2.1	Comportement de l'articulation fémoro-tibiale dans le plan sagittal	8
1.2.2	Mouvement de l'articulation fémorotibiale hors du plan sagittal	9
1.3	Modèle de genou proposé	11
1.4	Conclusion	14

1.1 Introduction

L'objectif de ce chapitre est de présenter la constitution du genou humain d'un point de vue anatomique ainsi que les mouvements observés sur cette articulation. A partir de ces observations, nous proposerons un modèle du genou qui nous servira dans la suite à concevoir une articulation pour le genou d'un robot bipède plan. Nous allons voir que l'articulation du genou humain s'avère d'une grande complexité, contrairement à d'autres articulations du corps humain qui ne font apparaître que peu de degrés de liberté. La figure 1.1 illustre différentes articulations du corps humain que l'on peut modéliser comme des liaisons simples telles qu'une liaison pivot.

Ainsi, nous verrons que l'articulation du genou peut être vue comme une articulation à six degrés de libertés, qui sont limités par un ensemble complexe de ligaments ainsi que par la *patella*¹. Nous allons donc nous attacher à présenter les différents mouvements internes observables de l'articulation du genou ainsi que leurs ordres de grandeurs. Cette étude préliminaire nous permettra dans une seconde partie de proposer un modèle mécanique du genou d'un robot bipède.

1. *patella* est le nom latin de la rotule.

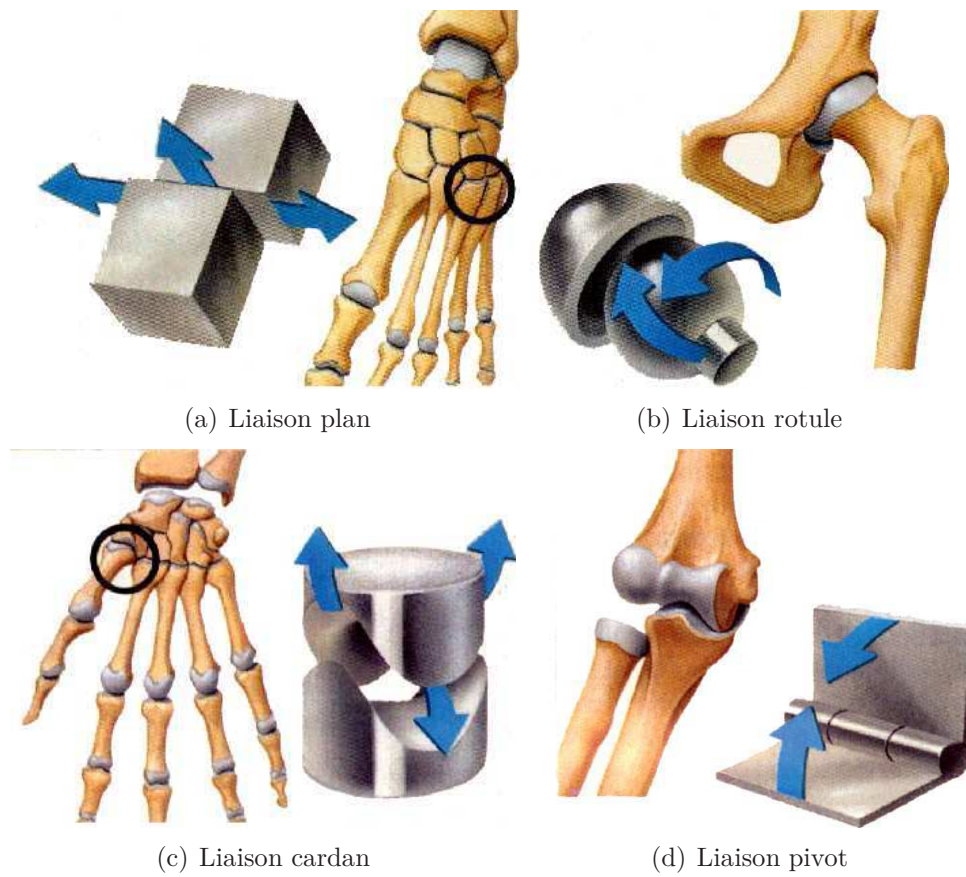


Figure 1.1: – Différentes articulations modélisables par des liaisons simples [Subit, 2004].



Figure 1.2: – Vue de face de l’articulation du genou [Subit, 2004].

1.2 Anatomie du genou humain

On peut trouver dans la littérature de nombreuses études qui traitent de la modélisation du genou telles que l’étude de B. Landjerit [Landjerit and Bissérie, 1992] qui s’intéresse à la cinématique du genou, ou le travail de D. Subit [Subit, 2004], dont l’objectif est de modéliser la liaison os-ligament au niveau de l’articulation du genou. D’un point de vue anatomique, l’articulation du genou humain est constituée de deux articulations. L’articulation fémoro-tibiale qui assure la liaison entre le fémur et le tibia, et l’articulation fémoro-patellaire qui décrit les mouvements de la *patella* par rapport au tibia [Klein and Sommerfeld, 2008]. L’articulation fémoro-tibiale est formée par plusieurs surfaces non congruentes, les deux condyles du fémur ainsi que le plateau tibial. On observe la présence de deux légères cavités, sur le plateau tibial, appelées glènes tibiales sur lesquelles les condyles du fémur vont venir reposer. La cohésion de cette articulation est assurée par un ensemble de ligaments ainsi que par la *patella*. On distingue les ligaments croisés antérieur et postérieur, qui aident à la stabilité antéro-postérieure ainsi qu’à la flexion extension, des ligaments collatéral tibial et collatéral fibulaire (ou latéral interne et externe) qui assurent la stabilité latérale [Fuss, 1989]. Les figures 1.2 et 1.3 présentent les différents constituants de l’articulation du genou.

Dans ce chapitre, nous allons nous intéresser uniquement à l’articulation fémoro-tibiale qui apparaît comme la partie principale de cette articulation. Cependant, il est important de noter que l’articulation fémoro-patellaire est d’une grande importance dans l’articulation du genou. Elle permet notamment de diminuer les forces exercées sur les tendons extenseurs du genou en modifiant le bras de levier du mécanisme extenseur du genou. La



Figure 1.3: – Vue latérale de l’articulation du genou [Subit, 2004].

figure 1.4 illustre que la présence de la *patella* diminue les forces exercées sur le mécanisme extenseur du genou pour un couple similaire.

De plus, la *patella* permet de limiter l’extension du genou et d’éviter un glissement trop important vers l’avant du fémur sur le plateau tibial.

1.2.1 Comportement de l’articulation fémoro-tibiale dans le plan sagittal

Dans cette partie nous allons nous intéresser uniquement au mouvement du genou dans le plan sagittal. L’articulation fémoro-tibiale est constituée de plusieurs surfaces articulaires qui glissent et roulent les unes sur les autres.

Dans ce plan, le mouvement du genou est appelé mouvement de roulement-glissement. Ce mouvement est la composition d’une rotation et d’une translation. La figure 1.5 illustre ce type de mouvement. Dans le cas d’un glissement pur, (voir figure 1.5(a)), les frottements entre le fémur et le tibia sont suffisamment faibles pour que le point de contact ne varie pas durant la flexion. Ce cas correspond à une liaison pivot.

Dans le cas du roulement pur, figure 1.5(b), lors de la flexion, les frottements entre les condyles du fémur et le plateau tibial sont suffisamment importants pour éviter le glissement. Dans ce cas, il existe un déplacement du point de contact qui dépend uniquement de l’angle de flexion et du diamètre des condyles.

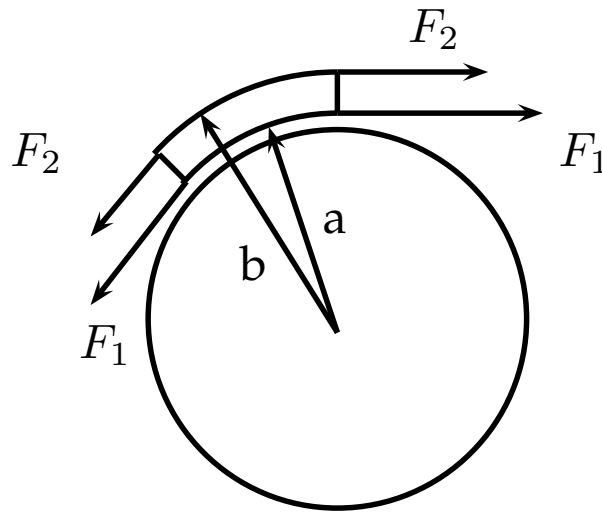


Figure 1.4: – Représentation simplifiée de l’allongement du bras de levier du système extenseur du genou dû à la *patella* [Klein and Sommerfeld, 2008].

Enfin, le cas du roulement-glisement, présenté sur la figure 1.5(c), correspond au mouvement anatomique observé avec l’articulation humaine. Dans ce cas, il y a déplacement du point de contact entre le tibia et le fémur. Cependant, ce déplacement reste plus faible que dans le cas du roulement pur ($l_1 < l_2$). Durant la flexion du genou on observe les 3 mouvements successifs. Pour une flexion inférieure à 20° , l’articulation effectue un roulement pur. De 20 à 140° l’articulation effectue un mouvement de roulement-glisement. Enfin au delà de 140° de flexion, le mouvement observé est un mouvement de glissement pur, il n’y a donc plus de déplacement du point de contact entre le tibia et le fémur.

Ce mouvement complexe apporte plusieurs propriétés intéressantes pour l’articulation du genou. Ainsi, un mouvement de roulement pur ou de glissement pur limiterait le débattement articulaire, figure 1.5. La figure 1.8 illustre ces deux comportements. On observe que le roulement pur provoque une luxation du genou pour un angle de flexion inférieur à l’angle de flexion maximal du genou. Le cas d’un glissement pur limite le débattement articulaire par un contact précoce entre le fémur et le plateau tibial. Le mouvement de roulement-glisement explique donc le débattement articulaire important observable chez l’homme. Une autre propriété intéressante apportée par le mouvement de l’articulation du genou est de limiter l’usure articulaire par rapport à un glissement pur.

1.2.2 Mouvement de l’articulation fémorotibiale hors du plan sagittal

En plus du mouvement de roulement-glisement présenté dans le plan sagittal, on observe différentes rotations dans les autres plans. Ainsi, lors du passage de la flexion complète à l’extension complète du genou on observe une rotation de 10° à 15° dans le plan horizontal.

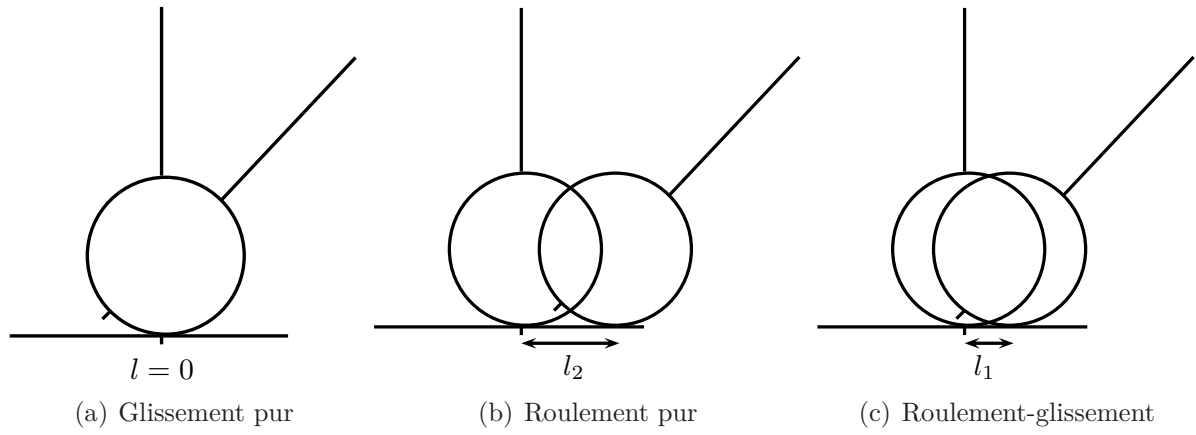


Figure 1.5: – Illustration du mouvement de roulement-glisement [Klein and Sommerfeld, 2008].

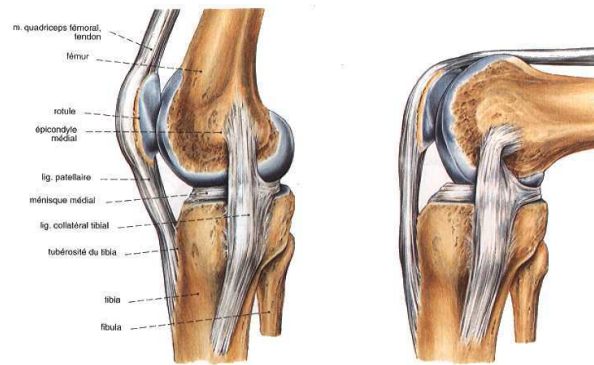


Figure 1.6: – Vue de côté du genou en extension et en flexion [Subit, 2004].

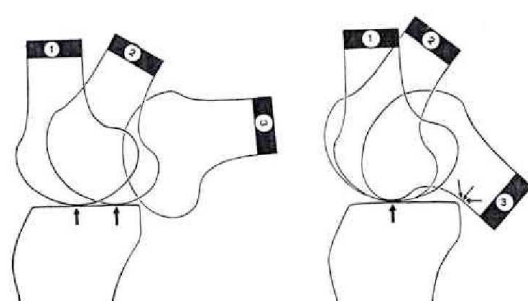


Figure 1.7: – Illustration des comportements extrêmes en cas de roulement pur ou glissement pur [Klein and Sommerfeld, 2008].

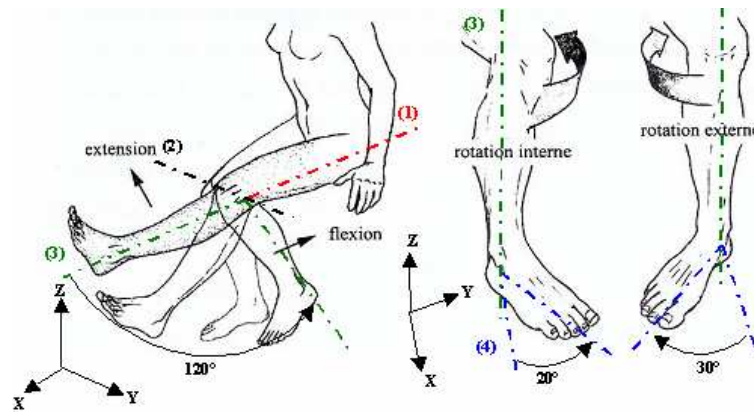


Figure 1.8: – Les mouvements possibles du genou [Lepoutre, 2007].

Ce degré de liberté est dû à la non symétrie des condyles du fémur dans le plan sagittal. Cette rotation assure une plus grande stabilité lors de l'extension complète du genou, permettant ainsi de tenir debout. De plus, on peut observer un mouvement dit de *varus-valgus* de faible amplitude dans le plan frontal. En effet, les formes des condyles et des glènes tibiales entraînent un mouvement de *varus-valgus* du tibia d'environ 10° . Lors de ces mouvements, on constate que la *patella* effectue un mouvement de glissement sur la trochlée qui permet d'assurer la stabilité antéro-postérieure.

L'ensemble de ces mouvements possibles dans et hors du plan sagittal, montre qu'une modélisation du genou par une ou plusieurs liaisons pivots ne permet pas de tenir compte de tous les mouvements du genou. On notera que la majorité des robots bipèdes utilise des articulations de genou à un seul degré de liberté en rotation.

1.3 Modèle de genou proposé

Nous avons pu voir que l'articulation du genou ne peut pas être modélisée comme une liaison pivot ou rotule. Dans l'objectif de proposer une articulation permettant d'obtenir un mouvement le plus proche de l'homme, plusieurs approches peuvent être envisagées. De nombreuses méthodes peuvent être envisagées pour modéliser le mouvement de l'articulation du genou humain [Feikes *et al.*, 2003]. Une approche peut consister à reproduire le plus fidèlement possible la forme de l'articulation humaine. Ainsi, il est envisageable de concevoir une articulation qui utiliserait deux surfaces pouvant glisser l'une sur l'autre. La forme de ces surfaces pourrait alors être déterminée pour copier le mieux possible les formes des condyles et du plateau tibial identifiés chez l'homme. On peut d'ailleurs noter que différents travaux ont permis de déterminer la forme des condyles à l'aide de fonctions mathématiques avec une précision de ± 0.2 mm [Blankevoort and Huiskes, 1996]. L'articulation ainsi obtenue permettrait alors *a priori* de reproduire le mouvement du genou humain avec précision. Cette approche apparaît très intéressante et permettrait de

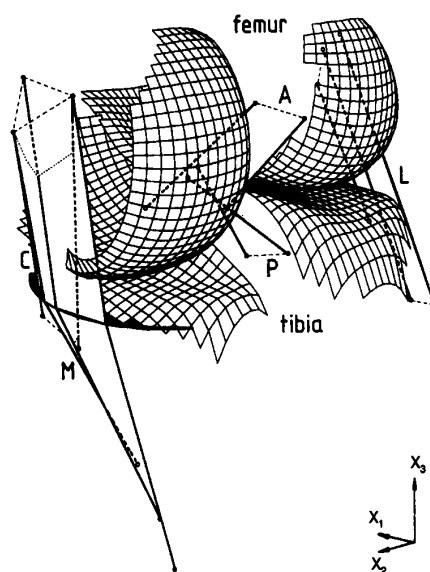


Figure 1.9: – Modèle mathématique des surfaces articulaires d'un genou humain en 3D [Blankevoort and Huiskes, 1996]

développer des robots qui possèdent une cinématique la plus proche possible de l'anatomie humaine. Ce type d'articulation permettrait de reproduire fidèlement un mouvement humain.

Cependant, dans le cadre d'une utilisation en robotique humanoïde, cette approche peut apparaître comme problématique. En effet, l'utilisation de ce type d'articulation nécessiterait comme chez l'homme d'introduire différents mécanismes pour garantir la stabilité de l'articulation. Un ensemble de ligaments artificiels devrait alors être placé sur l'articulation dans les différents plans. De plus, si l'on considère des ligaments possédant une élasticité, des mouvements passifs interviendraient entre le tibia et le fémur tout comme chez l'homme. Le traitement de ces mouvements passifs par le robot pourrait alors s'avérer complexe dans le cadre de la génération de trajectoires ainsi que de la commande. On peut tout de même noter certaines réalisations de robots bipèdes équipés de genoux qui utilisent ce principe tels que le robot LARP [Gini *et al.*, 2007] que l'on peut voir sur la figure 1.10

Une seconde approche, inspirée de nombreux travaux en biomécanique, consiste à considérer l'articulation du genou comme un mécanisme à 4-barres [Menschik, 1974]. Les barres latérales représenteraient alors les ligaments croisés projetés dans le plan sagittal. Cette solution est une approximation de la réalité dans la mesure où les ligaments croisés sont alors considérés comme non déformables. Le mouvement obtenu admet une rotation ainsi qu'une translation comme dans le cas du genou humain. Cependant, la rotation et la

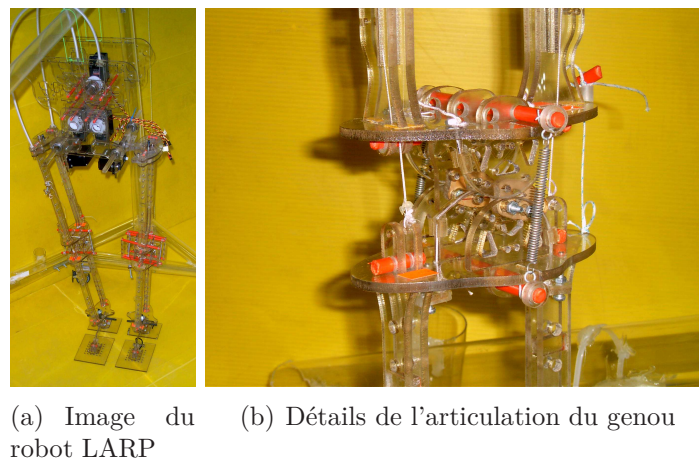


Figure 1.10: – Le robot LARP de G.Gini [Gini *et al.*, 2007].

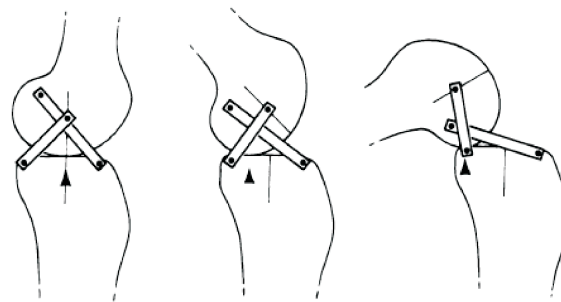


Figure 1.11: – Modèle de genou avec structure à 4-barres. Illustration du déplacement postérieur du fémur sur le tibia durant la flexion [Dye, 1987]

translation sont alors dépendantes. Le mouvement obtenu dépendra de la longueur des barres. Les dimensions de cette articulation peuvent être calculées à partir d'observations sur la longueur des ligaments croisés ainsi que la position de leurs points d'insertion chez l'homme [Bradley *et al.*, 1988]. La figure 1.11 illustre le mouvement de rotation et de translation combiné avec une structure 4-barres.

Par rapport à la première solution, l'articulation à 4-barres apparaît comme éventuellement moins précise en terme de reproduction du mouvement du genou durant la flexion. En effet l'articulation du genou humain possède des flexibilités contrairement à une articulation à 4-barres qui sera rigide. Cependant, un avantage majeur apporté par ce type d'articulation est qu'elle ne nécessite ni équipement supplémentaire, tel que des ligaments artificiels, ni actionneur supplémentaire. De plus, le mécanisme est rigide. Il n'y a donc pas apparition de mouvement passif.

Nous avons donc choisi dans ce travail d'utiliser l'articulation à 4-barres pour le genou d'un robot bipède. Nous nous attacherons dans la suite de cette étude à présenter le fonctionnement de cette articulation ainsi que les différents problèmes théoriques qui sont

mis en jeu par son utilisation.

1.4 Conclusion

Nous avons pu voir dans ce chapitre que l'articulation du genou humain est une articulation complexe, souvent étudiée en biomécanique. Les mouvements qui sont mis en jeu dans cette articulation s'avèrent très différents de ce qui est couramment utilisé dans le cadre de la robotique bipède. Nous avons envisagé différentes solutions pour la conception d'un mécanisme articulé susceptible de reproduire le mouvement du genou humain. Ainsi, nous avons choisi d'étudier un mécanisme à 4-barres pour l'articulation du genou. Cette solution couramment utilisée pour la conception de prothèse, [Gard *et al.*, 1996], [Radcliffe, 1994], apporte de nombreux intérêts notamment en terme de simplicité de construction. Notre objectif dans la suite de ce travail sera l'étude rigoureuse des caractéristiques de ce type de mécanisme et l'influence qu'il peut avoir lors de la marche d'une robot humanoïde en 2D.

Chapitre 2

Étude cinématique de l'articulation 4-barres

Sommaire

2.1	Introduction	15
2.2	Fonctionnement de l'articulation à 4-barres.	16
2.3	Équations de contraintes pour une structure fermée	16
2.3.1	Résolution des équations de contrainte en position	18
2.3.2	Obtention des vitesses et accélérations de la structure à 4-barres	19
2.4	Étude de singularité des architectures de type 4-barres . . .	20
2.4.1	Problème de singularité	20
2.4.2	Étude des singularités de l'articulation à 4-barres	23
2.5	Détermination du centre de rotation instantané	28
2.6	Détermination du rapport de réduction de l'articulation 4- barres	30
2.7	Conclusion	31

2.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons proposé l'utilisation d'une articulation fondée sur un mécanisme 4-barres, qui a été largement étudiée notamment dans [Murray and Larochelle, 1998], pour le genou d'un robot bipède. Ce type d'articulation permet de reproduire le mouvement interne du genou humain pour un choix de dimension du mécanisme. De plus, ce type d'articulation ne possède qu'un degré de liberté, ce qui évite une augmentation du nombre d'actionneurs par rapport à un genou de type pivot. Il n'y a donc pas d'augmentation trop importante de la masse du robot bipède. Cependant, l'utilisation d'un mécanisme parallèle pour un robot nécessite de réaliser une étude cinématique approfondie afin de déterminer avec précision l'espace de travail accessible par l'articulation. En effet, l'utilisation d'un mécanisme parallèle introduit des phénomènes de singularité supplémentaires par rapport à un robot sériel. Il est donc nécessaire d'évaluer le type de

singularités produites par l'articulation ainsi que leur position dans l'espace articulaire. De plus, l'articulation 4-barres ne possède qu'un degré de liberté. Il est nécessaire de déterminer la position de l'ensemble des articulations du mécanisme en tenant compte des contraintes cinématiques. Nous allons donc, dans ce chapitre, présenter le fonctionnement de cette articulation. Nous présenterons les contraintes cinématiques dues à la boucle fermée. Nous étudierons les singularités de l'articulation 4-barres.

2.2 Fonctionnement de l'articulation à 4-barres.

L'articulation 4-barres présentée sur la figure 2.1 est un mécanisme parallèle. Elle permet de relier le tibia et le fémur par l'intermédiaire de 4 articulations de type pivot. Le comportement de cette articulation est illustré sur la figure 2.2 qui présente un schéma de l'articulation pour différentes orientations du tibia. La prise en compte des contraintes cinématiques de boucle fermée en fait une articulation à un seul degré de liberté. Elle ne nécessite donc qu'un actionneur. L'actionneur peut être placé sur n'importe quelle articulation pivot du mécanisme. Dans notre cas, nous avons choisi de placer l'actionneur sur l'articulation supérieur droite, au point D sur la figure 2.1. Les dimensions de cette articulation sont données dans le tableau 2.1. Le fémur est fixé sur le segment [CD] et le tibia est fixé sur le segment [AB].

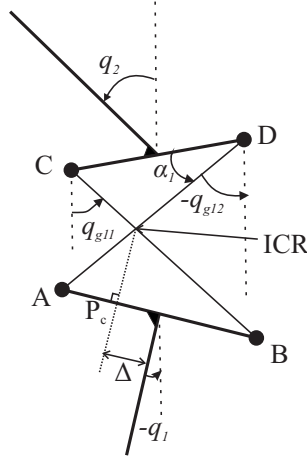


Figure 2.1: – Représentation du genou à 4-barres

2.3 Équations de contraintes pour une structure fermée

L'utilisation de structure fermée pour un robot nécessite de prendre en compte des contraintes cinématiques. Ces contraintes définissent la fermeture de boucle par le système

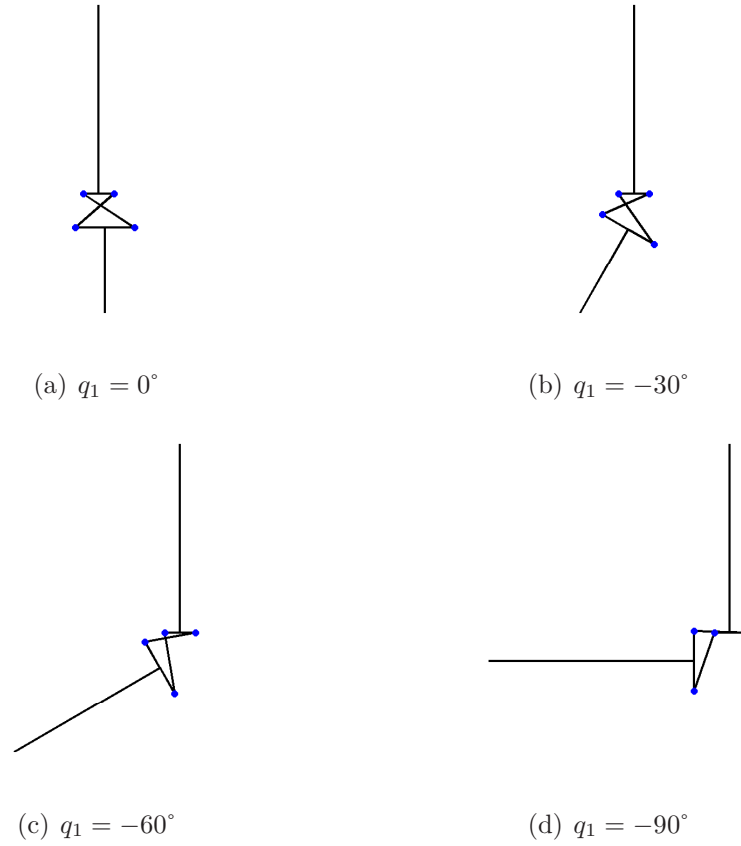


Figure 2.2: – Représentation de l’articulation à 4-barres pour différentes positions du tibia.

d’équations suivant :

$$\begin{cases} l_a \cos(q_1) - l_b \sin(q_{g11}) + l_c \cos(q_2) + l_d \sin(q_{g12}) = 0 \\ l_a \sin(q_1) + l_b \cos(q_{g11}) + l_c \sin(q_2) - l_d \cos(q_{g12}) = 0 \end{cases} \quad (2.1)$$

A partir de ces deux équations il est possible de calculer l’évolution des angles q_{g11} , q_{g12} en fonction des angles q_1 et q_2 . La résolution du système d’équations 2.1 peut s’effectuer par la méthode de Paul [Paul, 1981] que nous allons détailler par la suite. La méthode de Paul permet de résoudre le modèle géométrique inverse d’un grand nombre de robot en faisant apparaître des types d’équations simple pour lesquels une solution analytique peut être donnée. Les solutions des différents types d’équations sont données par Khalil et al [Khalil and Dombre, 2002]. De plus la dérivation de ces équations permet d’obtenir les vitesses et accélérations absolues des corps de la structure 4-barres.

	masse (kg)	Longueur (m)
genou	$m_b = 0.3$	$l_a = AB = 0,029$
4-barres	$m_d = 0.3$	$l_b = BC = 0,030$
		$l_c = CD = 0,015$
		$l_d = AD = 0,025$

Tableau 2.1: – Caractéristiques du genou à 4-barres.

2.3.1 Résolution des équations de contrainte en position

Nous allons présenter la solution obtenue par la méthode de Paul pour les deux équations du système 2.1. Ainsi nous nous intéressons au système suivant :

$$\begin{cases} l_a \cos(q_1) - l_b \sin(q_{g11}) + l_c \cos(q_2) + l_d \sin(q_{g12}) = 0 \\ l_a \sin(q_1) + l_b \cos(q_{g11}) + l_c \sin(q_2) - l_d \cos(q_{g12}) = 0 \end{cases} \quad (2.2)$$

Ces deux équations forment un système d'équations de type 6 [Khalil and Dombre, 2002], défini dans la méthode de Paul, tel que :

$$\begin{cases} W \sin(q_{g11}) = X \cos(q_{g12}) + Z_1 \\ W \cos(q_{g11}) = X \sin(q_{g12}) + Z_2 \end{cases} \quad (2.3)$$

avec $W = l_b$, $X = l_d$, et :

$$\begin{cases} Z_1 = -l_a \sin(q_1) - l_c \sin(q_2) \\ Z_2 = l_a \cos(q_1) - l_c \cos(q_2) \end{cases} \quad (2.4)$$

La solution pour q_{g12} s'obtient par la résolution d'un système de type 2 [Khalil and Dombre, 2002] en posant :

$$\begin{cases} B_1 = 2 Z_2 X \\ B_2 = 2 Z_1 X \\ B_3 = W^2 - X^2 - Z_1^2 - Z_2^2 \end{cases} \quad (2.5)$$

et sachant que :

$$\begin{cases} \sin(q_{g12}) = \frac{B_1 B_3 + e B_2 \sqrt{B_1^2 + B_2^2 - B_3^2}}{B_1^2 + B_2^2} \\ \cos(q_{g12}) = \frac{B_2 B_3 + e B_1 \sqrt{B_1^2 + B_2^2 - B_3^2}}{B_1^2 + B_2^2} \end{cases} \quad (2.6)$$

où $e = \pm 1$ permet de choisir entre les deux modes d'assemblage du mécanisme. On a donc :

$$q_{g12} = \tan^{-1} \left(\frac{\sin(q_{g12})}{\cos(q_{g12})} \right) \quad (2.7)$$

On obtient alors la solution pour q_{g11} par la résolution d'un système de type 3 [Khalil and Dombre, 2002] tel que :

$$\begin{cases} W_1 \sin(q_{g11}) = V_1 \\ W_2 \cos(q_{g11}) = V_2 \end{cases} \quad (2.8)$$

avec :

$$\begin{cases} V_1 = X \cos(q_{g12}) + Z_1 \\ V_2 = X \sin(q_{g12}) + Z_2 \end{cases} \quad (2.9)$$

on a donc :

$$q_{g11} = \tan^{-1} \left(\frac{W_1/V_1}{W_2/V_2} \right) \quad (2.10)$$

Cette méthode nous permet d'obtenir par une méthode analytique la position des différents corps de l'articulation à 4-barres en fonction de l'orientation du tibia et du fémur. Cette solution nous servira pour générer des trajectoires de marche dans la suite de cette étude.

2.3.2 Obtention des vitesses et accélérations de la structure à 4-barres

Afin de déterminer analytiquement les vitesses et accélérations des corps de la structure à 4-barres, nous dérivons les équations de contraintes de boucle fermée 2.1. Ainsi on obtient le système suivant pour les vitesses :

$$\begin{cases} -l_a \dot{q}_1 \sin(q_1) - l_b \dot{q}_{g11} \cos(q_{g11}) - l_c \dot{q}_2 \sin(q_2) + l_d \dot{q}_{g12} \cos(q_{g12}) = 0 \\ l_a \dot{q}_1 \cos(q_1) - l_b \dot{q}_{g11} \sin(q_{g11}) + l_c \dot{q}_2 \cos(q_2) + l_d \dot{q}_{g12} \sin(q_{g12}) = 0 \end{cases} \quad (2.11)$$

Il est alors simple de déterminer les vitesses \dot{q}_{g11} et \dot{q}_{g12} en fonction des autres variables. En effet, les deux équations de ce système peuvent être mises sous la forme :

$$\begin{cases} X_1 \dot{q}_{g11} + Y_1 \dot{q}_{g12} = Z_1 \\ X_2 \dot{q}_{g11} + Y_2 \dot{q}_{g12} = Z_2 \end{cases} \quad (2.12)$$

avec :

$$\begin{cases} X_1 = -l_b \cos(q_{g11}) \\ Y_1 = l_d \cos(q_{g12}) \\ Z_1 = l_a \dot{q}_1 \sin(q_1) + \dot{q}_2 l_c \sin(q_2) \\ X_2 = -l_b \sin(q_{g11}) \\ Y_2 = l_d \sin(q_{g12}) \\ Z_2 = -l_a \dot{q}_1 \cos(q_1) - l_c \dot{q}_2 \cos(q_2) \end{cases} \quad (2.13)$$

On obtient donc la solution pour \dot{q}_{g12} :

$$\dot{q}_{g12} = \frac{Z_2 X_1 - X_2 Z_1}{Y_2 X_1 - X_2 Y_1} \quad (2.14)$$

et pour \dot{q}_{g11} :

$$\dot{q}_{g11} = \frac{Z_1 - Y_1 \dot{q}_{g12}}{X_1} \quad (2.15)$$

La solution pour les accélérations \ddot{q}_{g11} et \ddot{q}_{g12} peut être obtenue sur le même principe.

2.4 Étude de singularité des architectures de type 4-barres

Dans cette étude, nous traitons l'utilisation d'articulations de type 4-barres pour le genou d'un robot humanoïde. Ce type de structure a été largement étudié d'un point de vue cinématique dans la littérature [Bawab *et al.*, 1997], [Murray and Larochelle, 1998]. Un problème majeur posé par ce type d'articulation est l'existence de singularités pouvant entraîner des pertes de rigidité dans certaines zones de fonctionnement. Il est donc essentiel de traiter rigoureusement ce problème, afin de déterminer l'espace de travail accessible par l'articulation, ce qui revient dans notre cas à déterminer l'angle maximal de flexion accessible par l'articulation du genou. De plus, nous allons montrer que le choix de la configuration du mécanisme à 4-barres, à savoir croisée ou non-croisée, influence de manière significative l'espace de travail accessible. Pour cela nous allons présenter l'étude des singularités du mécanisme à 4-barres et nous déterminerons le meilleur choix de la configuration de l'articulation 4-barres pour notre application.

2.4.1 Problème de singularité

L'étude des singularités d'un système articulé permet de déterminer le domaine accessible par le mécanisme sans changement du mode d'assemblage. De nombreux travaux ont été réalisés sur ce sujet, [Gosselin and Angeles, 1990], [Park and Kim, 1990]. Dans le cas d'un mécanisme qui comporte des structures fermées, on observe différents types de singularité qui apparaissent à travers l'étude de l'équation dite entrée/sortie du système. Ainsi, si l'on considère un mécanisme pour lequel on peut définir l'équation entrée/sortie :

$$\mathbf{F}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{X}) = 0 \quad (2.16)$$

où $\boldsymbol{\theta}$ représente l'ensemble des entrées et \mathbf{X} représente l'ensemble des sorties, les nombres d'entrées et de sorties doivent être identiques. Dans la plupart des cas, $\boldsymbol{\theta}$ est uniquement constitué d'angles articulaires et \mathbf{X} est uniquement constitué de positions. Ainsi l'étude des singularités va permettre de définir le domaine accessible dans le plan Cartésien en fonction des positions articulaires du mécanisme. La dérivation par rapport au temps de l'équation entrée/sortie 2.16 amène à obtenir l'équation suivante :

$$\mathbf{A}\dot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{B}\dot{\mathbf{X}} = 0 \quad (2.17)$$

L'étude des matrices \mathbf{A} et \mathbf{B} va permettre de déterminer les singularités du système. On peut différentier plusieurs types de singularité à partir de ces deux matrices qui correspondent à différentes contraintes physiques du mécanisme. Nous allons présenter les différents types de singularités qui peuvent être rencontrées pour un mécanisme parallèle planaire. Nous illustrerons ces configurations singulières par l'exemple du mécanisme à

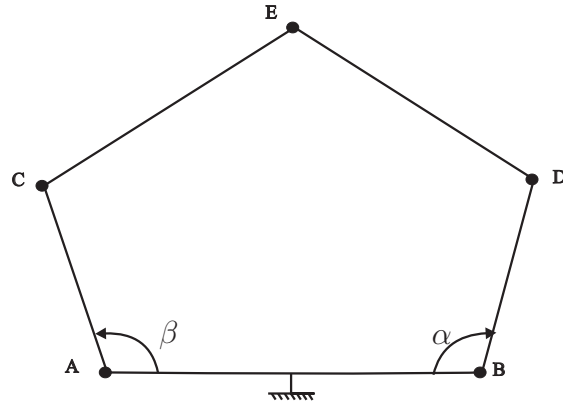


Figure 2.3: – Articulation à 5-barres dans une position quelconque[Liu *et al.*, 2006].

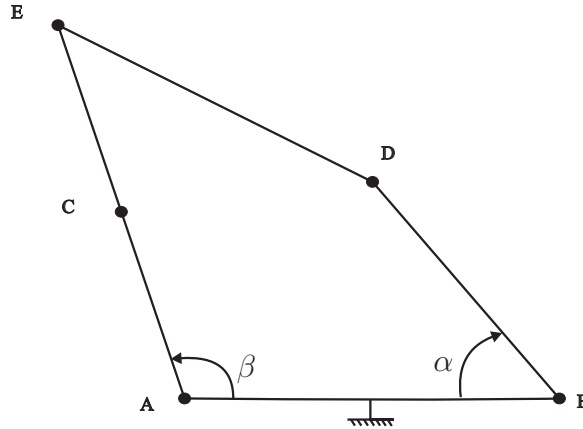


Figure 2.4: – Articulation à 5-barres en position singulière de type sériel.

5-barres [Liu *et al.*, 2006], que l'on a représenté sur la figure 2.3. Les entrées de ce mécanisme correspondent aux angles α et β que l'on regroupera dans le vecteur $\boldsymbol{\theta}$ et la sortie correspond la position cartésienne du point E que l'on notera par \mathbf{X} .

Le premier type de singularité apparaît pour la condition :

$$\det(\mathbf{A}) = 0 \quad (2.18)$$

Ce type de singularité est communément appelé singularité de type sériel. Dans ce type de singularité une petite variation de l'entrée $\boldsymbol{\theta}$ n'entraîne pas de variation de la sortie \mathbf{X} . Ce cas correspond à une limite de l'espace de travail. La figure 2.4 illustre ce type de singularité. On constate que dans cette configuration, l'effecteur a atteint sa position maximale.

Le deuxième type de singularité apparaît pour la condition :

$$\det(\mathbf{B}) = 0 \quad (2.19)$$

Ce type de singularité appelé singularité parallèle correspond à une configuration pour

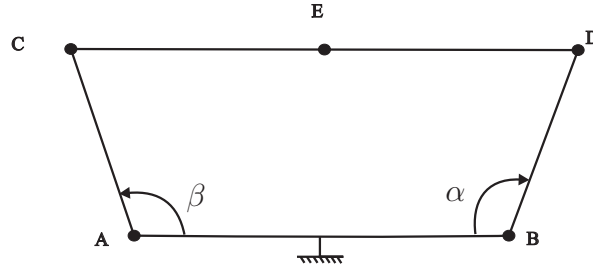


Figure 2.5: – Articulation à 5-barres en position singulière de type parallèle.

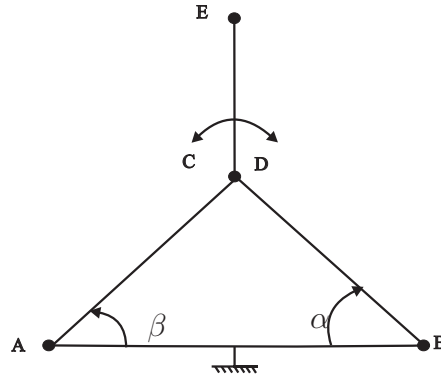


Figure 2.6: – Articulation à 5-barres en position singulière de type 3.

laquelle la position de l'organe terminal \mathbf{X} peut varier localement sans variation de l'entrée θ . Ce cas entraîne une perte de rigidité du mécanisme. Cette configuration est illustrée sur la figure 2.5. Dans cette configuration, la position de l'organe terminal \mathbf{E} , peut localement changer sans variation des angles d'entrée α et β .

Un troisième type de singularité peut apparaître lorsque les matrices \mathbf{A} et \mathbf{B} sont simultanément singulières. Cependant, ce cas n'apparaît que pour des choix de dimensions du mécanisme particuliers. Ainsi, dans l'exemple du mécanisme à 5-barres, si les segments $[CE]$ et $[DE]$ sont de mêmes longueurs, la configuration de la figure 2.6 peut apparaître. Dans ce cas, l'organe terminal, n'est plus commandable. On peut alors obtenir une rotation complète des segments $[CE]$ et $[DE]$ sans variation des angles α et β .

Pour notre étude, nous ne considérons pas ce type de singularité qui ne peuvent apparaître que pour des dimensions précises.

On peut noter qu'un dernier type de singularité peut être rencontré dans le cas d'un mécanisme sphérique [Zlatanov *et al.*, 2002], nommé singularité de contraintes. Nous ne traiterons pas ce cas qui n'apparaît que pour des mécanismes spatiaux. Ce cas correspond à une dégénérescence du système de contraintes cinématiques du mécanisme et peut engendrer un gain de degrés de liberté.

L'étude des singularités permet donc d'étudier le domaine accessible pour un mécanisme, ce qui s'avère d'une importance capitale lors du choix des dimensions et du type d'articu-

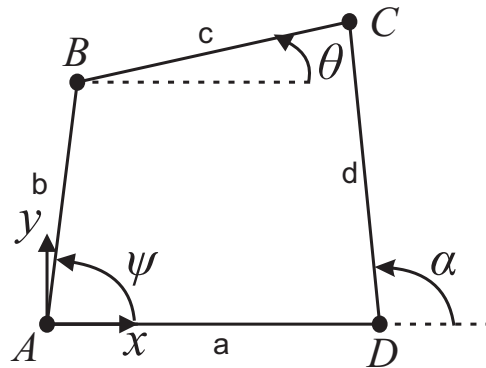


Figure 2.7: – Représentation d’une articulation 4-barres.

lation à utiliser en fonction de l’application. Dans notre cas, cette étude va nous permettre d’identifier les limites articulaires supplémentaires apportées par l’utilisation d’un système 4-barres pour le genou d’un robot bipède par rapport à une articulation pivot. De plus cette étude va permettre de différencier les deux modes d’assemblage possibles pour une articulation à 4-barres à savoir croisées ou non-croisées et ainsi d’effectuer le choix de la configuration à adopter pour notre application.

2.4.2 Étude des singularités de l’articulation à 4-barres

Le choix de l’articulation 4-barres a été dicté par les propriétés de cette structure, notamment en terme d’évolution du centre de rotation instantané. Cependant, l’utilisation d’articulations parallèles telles que les mécanismes à 4-barres, nécessite une étude cinématique approfondie afin de déterminer les configurations pour lesquelles des singularités apparaissent. Dans le cas de l’utilisation de ce mécanisme pour les genoux d’un robot bipède, le passage par une singularité n’est pas envisageable. Il est donc important de connaître les configurations singulières pour déterminer l’angle de flexion maximal accessible par l’articulation. Dans ce but, nous présentons ici l’étude des singularités de la structure 4-barres. Pour cela nous allons nous intéresser au mécanisme de la figure 2.7. Sur cette figure, on notera que le segment $[AD]$ est fixe. De plus, on notera que dans la suite de cette étude, le tibia est perpendiculaire au segment $[AD]$ et que le fémur est perpendiculaire au segment $[BC]$. Ainsi, l’orientation θ du segment $[BC]$ correspond à l’angle de flexion dans le cas de l’utilisation de ce mécanisme comme articulation du genou.

Notons α l’entrée du système et θ la sortie. Nous cherchons alors une équation qui lie l’entrée et la sortie du mécanisme 4-barre telle que :

$$F(\alpha, \theta) = 0 \quad (2.20)$$

Pour cela nous allons utiliser le paramétrage proposé par F.Freudenstein dans [Freudenstein, 2010].

Posons les vecteurs :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{r}_1 = \mathbf{AB} = b \begin{bmatrix} \cos(\psi) \\ \sin(\psi) \end{bmatrix} \\ \mathbf{r}_2 = \mathbf{BC} = c \begin{bmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \end{bmatrix} \\ \mathbf{r}_3 = \mathbf{AD} = a \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \mathbf{r}_4 = \mathbf{DC} = d \begin{bmatrix} \cos(\alpha) \\ \sin(\alpha) \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (2.21)$$

La propriété de boucle fermée de cette articulation nous donne :

$$\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2 = \mathbf{r}_3 + \mathbf{r}_4 \quad (2.22)$$

Nous cherchons à obtenir une équation qui ne fait apparaître que les angles d'entrée α et de sortie θ . Nous modifions donc l'équation 2.22 telle que :

$$\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_3 + \mathbf{r}_4 - \mathbf{r}_2 \quad (2.23)$$

En considérant uniquement la norme euclidienne des deux membres de cette équation, il est possible d'obtenir une équation indépendante de l'angle ψ . On obtient donc :

$$\|\mathbf{r}_1\|^2 = \|\mathbf{r}_3 + \mathbf{r}_4 - \mathbf{r}_2\|^2$$

Ce qui donne après développement :

$$\|\mathbf{r}_1\|^2 = \|\mathbf{r}_3\|^2 + \|\mathbf{r}_4\|^2 + \|\mathbf{r}_2\|^2 + 2\mathbf{r}_3^t \mathbf{r}_4 - 2\mathbf{r}_3^t \mathbf{r}_2 - 2\mathbf{r}_4^t \mathbf{r}_2$$

avec $\|\mathbf{r}_1\|^2 = b^2$, $\|\mathbf{r}_2\|^2 = c^2$, $\|\mathbf{r}_3\|^2 = a^2$, $\|\mathbf{r}_4\|^2 = d^2$, $\mathbf{r}_3^t \mathbf{r}_4 = ad \cos(\alpha)$, $\mathbf{r}_3^t \mathbf{r}_2 = ac \cos(\theta)$ et $\mathbf{r}_4^t \mathbf{r}_2 = cd \cos(\theta - \alpha)$.

On obtient donc :

$$b^2 = a^2 + c^2 + d^2 + 2ad \cos(\alpha) - 2ac \cos(\theta) - 2cd \cos(\theta - \alpha) \quad (2.24)$$

L'équation 2.24 peut donc être mise sous la forme de l'équation entrée-sortie recherchée 2.20 :

$$F(\alpha, \theta) = k_1 + k_2 \cos(\alpha) - k_3 \cos(\theta) - \cos(\theta - \alpha) \quad (2.25)$$

avec :

$$k_1 = \frac{a^2 + c^2 + d^2 - b^2}{2cd}, \quad k_2 = \frac{a}{c}, \quad k_3 = \frac{a}{d}$$

Il est alors possible à partir de cette relation de calculer l'évolution de la sortie en fonction de l'entrée. Cependant, dans la plupart des cas la sortie va varier entre $-\pi$ et π contrairement à l'entrée dont le comportement va dépendre des choix de dimension du mécanisme.

Il est donc plus simple de déterminer les entrées qui correspondent à une certaine configuration de la sortie. Ainsi, l'équation 2.25 peut être réécrite après développement sous la forme :

$$X \cos(\alpha) + Y \sin(\alpha) = Z \quad (2.26)$$

avec $X = k_2 - \cos(\theta)$, $Y = -\sin(\theta)$ et $Z = -k_1 + k_3 \cos(\theta)$. Cette équation fait apparaître une identité remarquable qui se résout par [Paul, 1981] :

$$\begin{cases} \sin(\alpha) = \frac{Y Z + e X \sqrt{X^2 + Y^2 - Z^2}}{X^2 + Y^2} \\ \cos(\alpha) = \frac{X Z + e Y \sqrt{X^2 + Y^2 - Z^2}}{X^2 + Y^2} \end{cases} \quad (2.27)$$

où $e = \pm 1$. On obtient donc α par :

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} \right) \quad (2.28)$$

A partir de cette relation, il est possible de tracer l'évolution de θ en fonction de α . Pour cela, nous faisons varier θ sur l'intervalle $[0, 2\pi]$ et nous déterminons α à l'aide de la relation 2.28. Ainsi, nous obtenons pour $\theta \in [0, \pi]$ le comportement de la figure 2.8. Nous pouvons constater que pour $\theta = 60^\circ$ le sens de variation de α change. Ceci correspond à une singularité parallèle. Dans cette position une faible variation de l'entrée α entraînera une très grande variation de la sortie θ . De même, nous représentons l'évolution de θ en fonction de α pour $\theta \in [\pi, 2\pi]$, figure 2.9. On constate un changement du sens de variation de α pour $\theta = 300^\circ$. Cette position correspond à une seconde singularité parallèle. De plus, nous avons représenté sur ces deux figures la configuration du mécanisme à 4-barres pour différentes valeur de θ . On peut voir sur ces figures la transition entre les deux modes d'assemblages (barres latérales croisées ou non-croisées) en passant par les singularités. Ces deux singularités peuvent être retrouvées en dérivant l'équation 2.25 par rapport à l'entrée et à la sortie. Ainsi on obtient :

$$A = \frac{\partial F}{\partial \alpha} = -k_2 \sin(\alpha) + \sin(-\theta + \alpha) \quad (2.29)$$

et :

$$B = \frac{\partial F}{\partial \theta} = k_3 \sin(\theta) - \sin(-\theta + \alpha) \quad (2.30)$$

Le tracé de A et B nous permet de déterminer la position des singularités du mécanisme 4-barres. Ces singularités correspondent aux configurations représentées sur la figure 2.11. La position des singularités dépend des choix de longueur des barres de l'articulation. La figure 2.12 représente l'évolution de la sortie θ en fonction de l'entrée α pour différentes valeurs du paramètre k_3 . On constate que ce paramètre va influencer fortement sur la position des points de singularité.

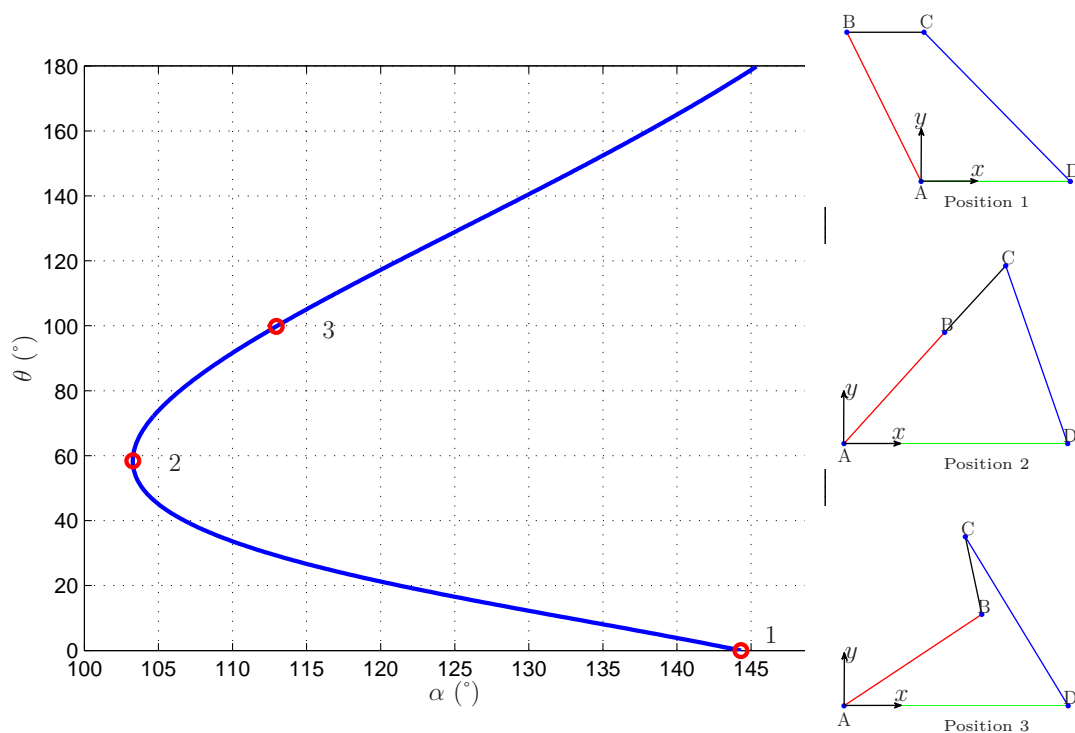


Figure 2.8: – Structure non croisée : tracé de l'évolution de la sortie θ en fonction de l'entrée α .

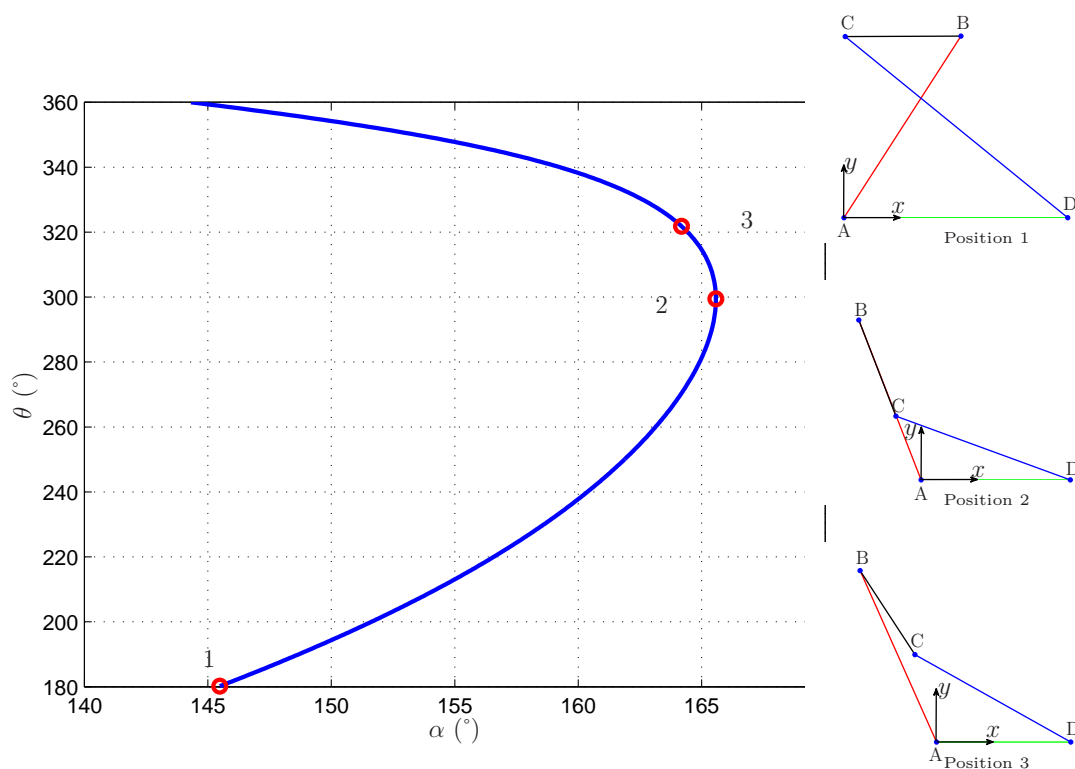


Figure 2.9: – Structure croisée : tracé de l'évolution de la sortie θ en fonction de l'entrée α .

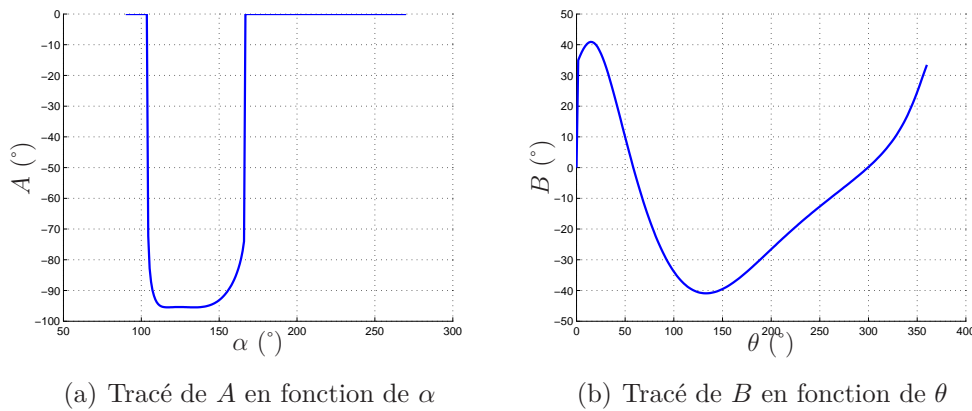


Figure 2.10: – Tracé des dérivées A et B pour la détermination des points de singularité.

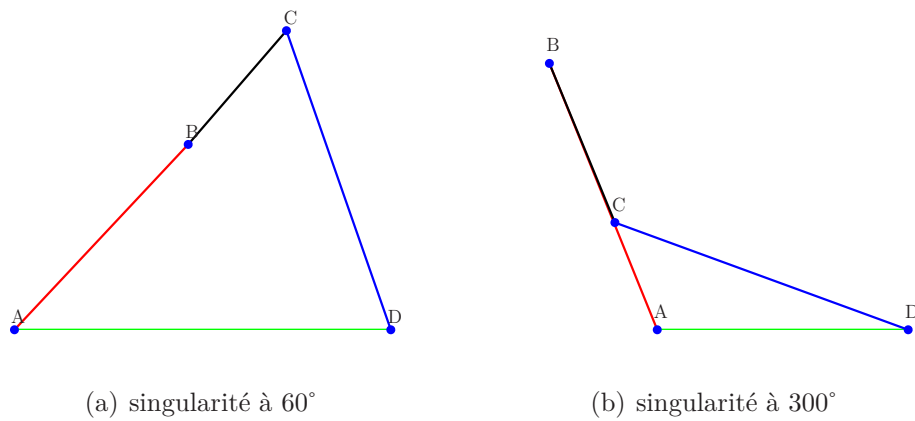


Figure 2.11: – Singularités de l'articulation à 4-barres

L'étude des singularités du mécanisme à 4-barres montre que la position du point de singularité pour les deux modes d'assemblage (barres croisées ou barres non-croisées) est différente. Ainsi, dans le cadre de l'utilisation de ce mécanisme comme articulation du genou d'un robot bipède, le mode d'assemblage choisi va déterminer l'angle de flexion maximal possible par l'articulation du genou. Dans le cas de la configuration non-croisée de l'articulation 4-barres, l'angle de flexion maximal accessible est de 60° (figure 2.8). Dans le cas de la configuration croisée l'angle de flexion maximal accessible par l'articulation de genou est de 120° (figure 2.9). Cette configuration croisée apparaît donc comme la plus intéressante en terme d'angle de flexion maximal accessible dans le cas d'une utilisation comme articulation du genou pour un robot bipède.

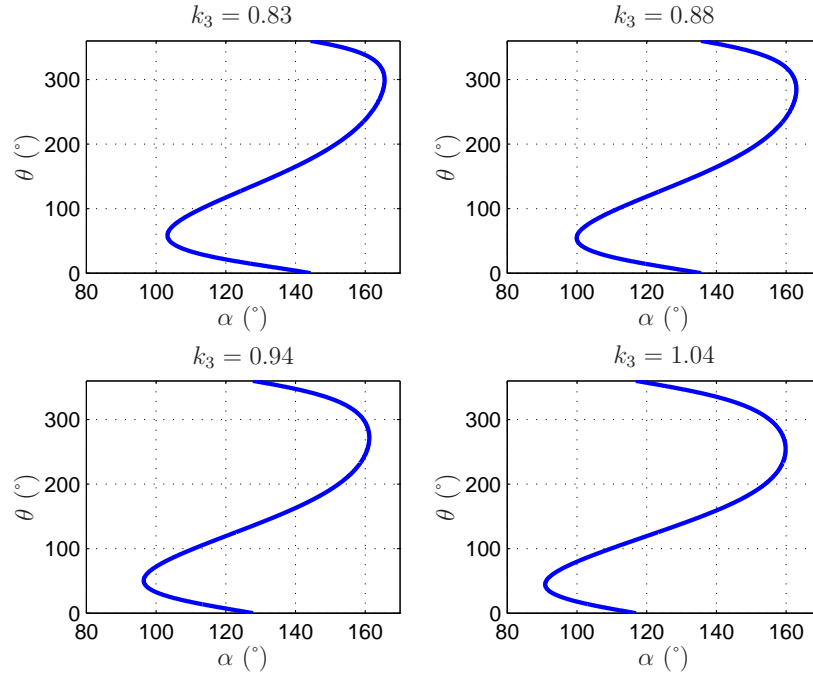


Figure 2.12: – Tracé de l'évolution de la sortie θ en fonction de l'entrée α pour différentes valeurs du paramètres k_3 .

2.5 Détermination du centre de rotation instantané

Afin de montrer les différences de mouvements obtenues entre une articulation de genou pivot et une articulation de genou à 4-barres, nous allons déterminer le centre de rotation instantané (CRI) de l'articulation à 4-barres. Ce point correspond au croisement des segments $[AC]$ et $[BD]$ de la figure 2.7 ou dans le cas où les barres latérales sont croisées le CRI correspond au point de croisement des segments $[AB]$ et $[CD]$. Pour déterminer les coordonnées de ce point par rapport au point A, nous allons déterminer l'équation de la droite Δ_1 qui passe par A et C et de la droite Δ_2 qui passe par B et D.

Ainsi, on définit le vecteur \mathbf{AC} par :

$$\mathbf{AC} = \mathbf{AD} + \mathbf{DC} = a \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + d \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{pmatrix} \quad (2.31)$$

L'équation de la droite Δ_1 est alors donnée par :

$$y_1 = \frac{d \sin(\alpha)}{a + d \cos(\alpha)} x_1 \quad (2.32)$$

De même, l'équation de la droite Δ_2 est donnée par :

$$y_2 = \frac{-d \sin(\alpha) + c \sin(\alpha)}{-d \cos(\alpha) + c \cos(\theta)} (x_2 - a) \quad (2.33)$$

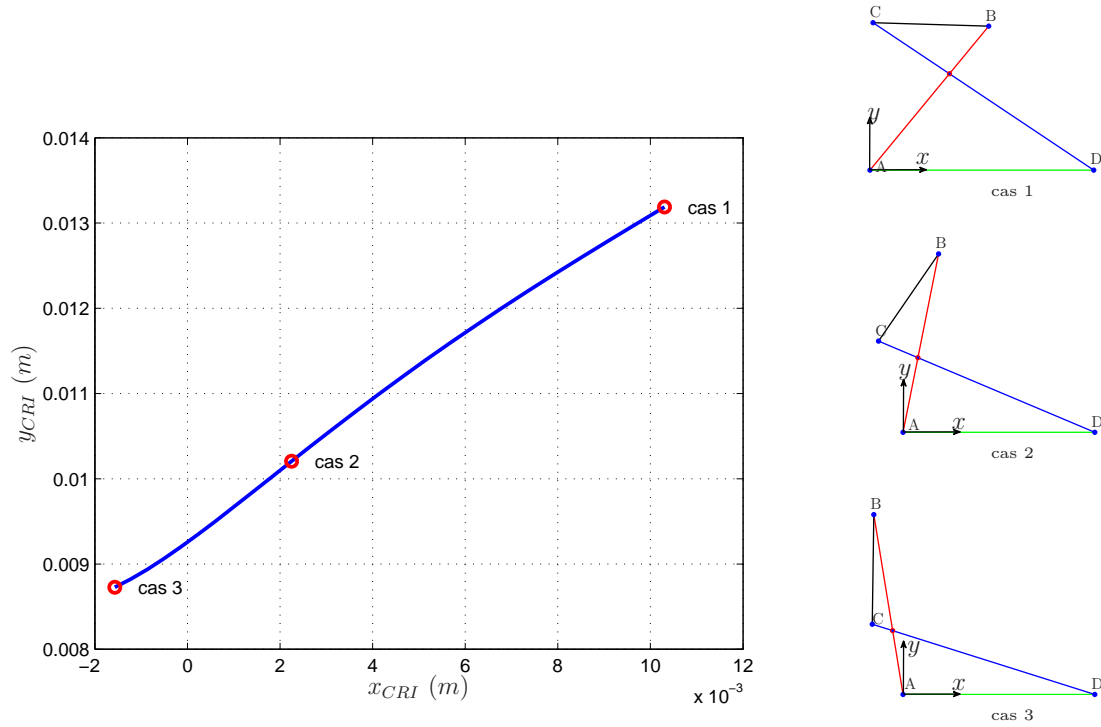


Figure 2.13: – Tracé de l'évolution du CRI pour différentes positions de l'articulation du genou.

Si l'on écrit les équations 2.32 et 2.33 comme :

$$\begin{cases} y_1 = a_1 x_1 \\ y_2 = a_2 x_2 + b_2 \end{cases} \quad (2.34)$$

Le point de croisement entre les droites Δ_1 et Δ_2 possède alors les coordonnées :

$$\begin{cases} x_{CRI} = \frac{b_2}{a_1 - a_2} \\ y_{CRI} = a_1 \frac{b_2}{a_1 - a_2} \end{cases} \quad (2.35)$$

Ainsi on trace sur la figure 2.13 l'évolution du centre instantané de rotation en fonction de l'orientation du genou : $\theta \in [180^\circ, 270^\circ]$. On constate que le centre de rotation du genou à 4-barres varie tout au long de la flexion. De plus, on peut constater que le CRI se déplace postérieurement au cours de la flexion comme dans le cas de l'articulation du genou humain. Ce déplacement est d'environ 1cm, ce qui est proche des valeurs observées chez l'homme.

On peut noter que, dans l'objectif de la reproduction la plus fidèle possible du mouvement humain, notre objectif serait de déterminer la dimension du mécanisme à 4-barres, par une méthode d'optimisation telle que celle présentée par S. Bawab dans [Bawab *et al.*, 1997], pour obtenir une évolution du CRI la plus proche possible de la caractéristique du CRI humain. Chez l'homme cette caractéristique peut être obtenue par différentes méthodes

notamment à l'aide d'une mesure par goniométrie telle qu'elle a été réalisée par V.A. Cai et al. [Cai *et al.*, 2010]. Nous pourrions alors déterminer les dimensions de l'articulation.

2.6 Détermination du rapport de réduction de l'articulation 4-barres

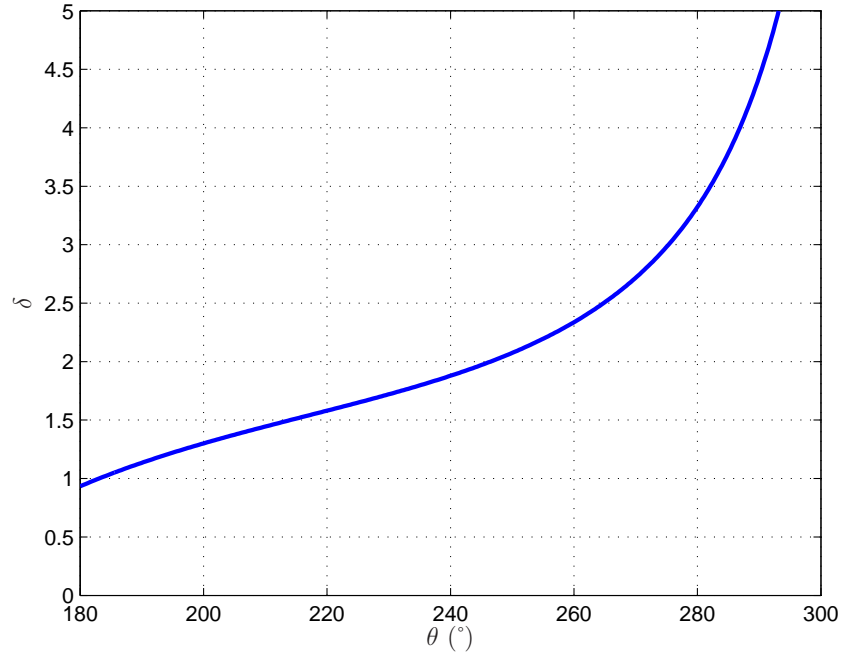


Figure 2.14: – Tracé de l'évolution du rapport de réduction δ en fonction de la sortie θ .

En dérivant l'équation 2.25 par rapport au temps, il est possible de déterminer le rapport de réduction produit par l'articulation à 4-barres. Ainsi, on obtient :

$$A\dot{\alpha} + B\dot{\theta} = 0 \quad (2.36)$$

Ce qui donne :

$$\dot{\alpha}(-k_2 \sin(\alpha) + \sin(-\theta + \alpha)) + \dot{\theta}(k_3 \sin(\theta) - \sin(-\theta + \alpha)) = 0 \quad (2.37)$$

On peut donc définir le rapport de réduction :

$$\delta = \left| \frac{\dot{\theta}}{\dot{\alpha}} \right| = \left| \frac{-k_3 \sin(\theta) + \sin(-\theta + \alpha)}{-k_2 \sin(\alpha) + \sin(-\theta + \alpha)} \right| \quad (2.38)$$

La figure 2.14 donne le rapport de réduction δ en fonction de la position de sortie θ . On constate que pour une position proche de la singularité à 300° le rapport de réduction

devient très important. Ce résultat confirme, l'effet d'une singularité parallèle, pour laquelle une petite variation de l'entrée engendre une grande variation de la sortie. On a donc une perte de rigidité. Dans le cadre de l'utilisation de ce mécanisme pour les genoux d'un robot bipède, cette perte rigidité engendrera une flexion incontrôlable au voisinage de cette singularité. Cette position devra donc être évitée.

2.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié d'un point de vue cinématique l'articulation à 4-barres. Nous avons proposé une méthode pour la résolution des contraintes de fermeture de boucle nécessaire lors de l'étude du fonctionnement de cette articulation. De plus, nous avons présenté une étude des singularités pour ce type de mécanisme, indispensable pour la conception d'un mécanisme parallèle. Cette étude de singularité nous a permis de choisir entre deux modes d'assemblage différents. En effet, nous avons constaté que le mode d'assemblage où les barres latérales sont croisées permet d'augmenter l'espace de travail accessible en flexion par rapport au mode d'assemblage classique. Nous avons donné le calcul de la position du centre de rotation instantané et pu constater que son déplacement est proche de celui observé chez l'homme. Enfin, nous avons donné l'équation permettant de déterminer le rapport de réduction entre l'entrée et la sortie.

Chapitre 3

Modélisation dynamique d'un robot bipède plan

Sommaire

3.1	Introduction	33
3.2	Présentation du robot bipède étudié	34
3.3	Modèle dynamique d'un robot à structure fermée	34
3.4	Modèle dynamique en phase de simple appui	37
3.4.1	Calcul des couples articulaires	37
3.4.2	Calcul des efforts et du centre de pression	39
3.4.3	Calcul des éléments A , C , Q et D_r	40
3.5	Modèle dynamique en phase de double appui	41
3.6	Phase de simple appui sous-actionnée	42
3.6.1	Modèle dynamique en simple appui sous-actionné	43
3.6.2	Calcul des trajectoires articulaires en phase sous-actionnée . . .	43
3.6.2.1	Paramétrisation de la trajectoire	44
3.6.2.2	Calcul de l'évolution de s	44
3.7	Modèle d'impact	46
3.7.1	Les différentes solutions envisageables suite à un impact impul- sionnel	46
3.7.2	Modèle d'impact impulsif et résolution	47
3.8	Prise en compte de ressorts dans la modélisation dynamique	48
3.9	Conclusion	49

3.1 Introduction

Dans ce chapitre nous allons aborder la modélisation dynamique d'un robot bipède plan utilisant des mécanismes à 4-barres aux genoux par le formalisme de Lagrange. Durant la marche bipède différentes phases peuvent être considérées. Ainsi, on distinguera la marche en phase de simple appui pied à plat de la marche en simple appui avec rotation du pied d'appui et de la marche en double appui (voir figure 3.1). Dans chacun des cas, il

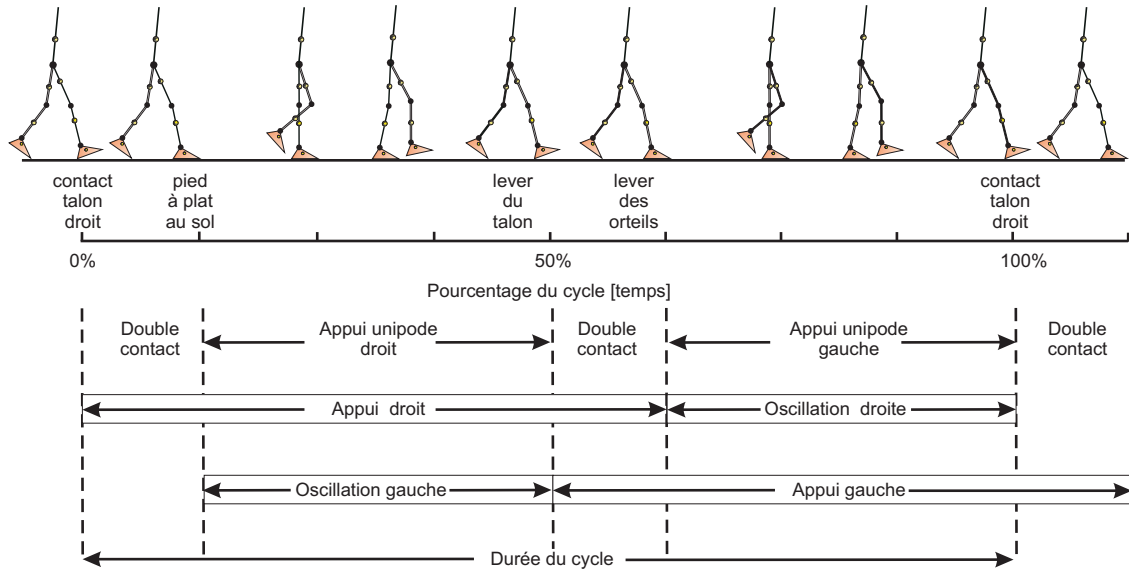


Figure 3.1: – Les phases du cycle de marche

est nécessaire de déterminer le comportement dynamique du robot afin de quantifier les dépenses énergétiques du robot ainsi que pour prescrire une trajectoire stable et réaliste. Pour cela nous allons devoir définir le modèle dynamique de notre robot humanoïde dans chacun des types de marche.

3.2 Présentation du robot bipède étudié

Le robot bipède que nous utilisons est un robot plan représenté sur la figure 3.2. Les articulations des genoux de ce robot sont constituées de mécanismes à 4 barres dont une vue détaillée est proposée sur la figure 3.3. Les paramètres géométriques et inertiels de ce robot correspondent aux caractéristiques du robot Hydroïd [Alfayad, 2009] rappelées dans le tableau 3.1.

Les dimensions de la structure à 4-barres correspondent à la longueur des ligaments croisés mesurés chez l’humain par J. Bradley *et al.* par radiographie dans [Bradley *et al.*, 1988]. Nous allons donc présenter dans la suite les différents modèles dynamiques utiles pour générer différentes allures de marche.

3.3 Modèle dynamique d’un robot à structure fermée

La modélisation dynamique d’un robot possédant des chaînes fermées peut être effectuée par différentes méthodes. La méthode que nous proposons d’utiliser est fondée sur l’utilisation du calcul des efforts de la structure arborescente équivalente et de la matrice jacobienne, présentée dans [Khalil and Dombre, 2002], des contraintes cinématiques. Ainsi,

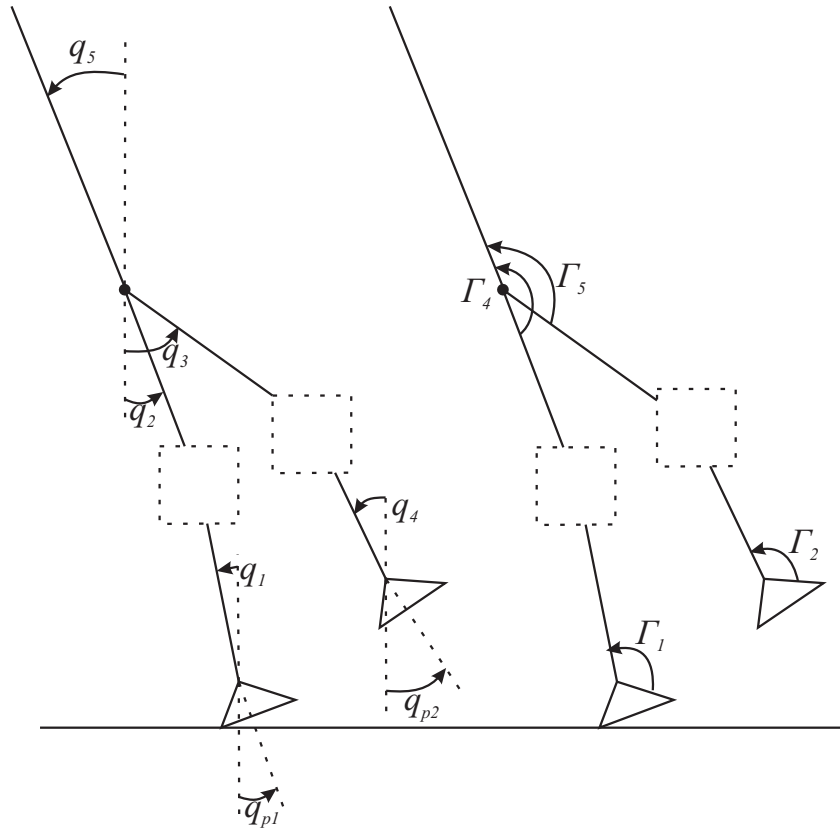


Figure 3.2: – Représentation du robot bipède plan.

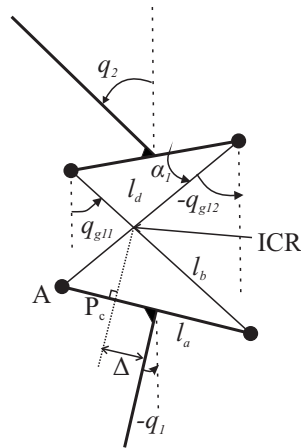


Figure 3.3: – Vue détaillée de l'articulation du genou du robot bipède.

	Masse (kg)	Longueur (m)	Inertie ($kg.m^2$)	Centre de masse (m)
Pied	0,678	$L_p = 0,207$ $H_p = 0,059$	0,002	0,0235
Tibia	2,188	0,392	0,027	0,223
Fémur	5,025	0,392	0,066	0,2234
Tronc	24,97	0,403	1,036	0,281
Genou 4-barres	$m_b = 0,3$ $m_d = 0,3$	$l_a = AB = 0,029$ $l_b = BC = 0,030$ $l_c = CD = 0,015$ $l_d = AD = 0,025$		

Tableau 3.1: – Paramètres géométriques et inertiels du robot bipède.

différents cas peuvent être rencontrés. En effet, si les positions, vitesses et accélérations des corps de la structure fermée peuvent être données uniquement en fonction des positions, vitesses et accélérations de autres corps du robot, le calcul du modèle dynamique inverse du robot peut être donné par :

$$\Gamma_i = \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} \text{ pour } i = 1, \dots, n \quad (3.1)$$

où n est le nombre de corps du robot. Γ_i représente le couple exercé sur l'articulation i . L est le Lagrangien du robot qui est une fonction de l'énergie cinétique E et de l'énergie potentielle U telle que $L = E - U$. q_i correspond à l'orientation absolue du corps i . Dans la suite, tous les modèles sont définis en fonction de ces angles absolus.

Dans certains cas de figure, il n'est pas toujours possible de donner une expression simple des variables des corps de la structure fermée en fonction des autres variables. Dans ce cas, il est possible de définir une équation de Lagrange sous contraintes telle que :

$$\Gamma_i = \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} + \left[\frac{\partial \Phi(q)}{\partial q_i} \right]^t \lambda \text{ pour } i = 1, \dots, n \quad (3.2)$$

où $\Phi(q)$ correspond aux contraintes cinématiques de fermeture de boucle et où λ est le vecteurs des multiplicateurs de Lagrange qui correspondent aux efforts transmis par les liaisons coupées pour respecter les contraintes de fermeture de boucle. Sa dimension dépend du nombre de boucles fermées contenues dans le mécanisme

Il est donc nécessaire de calculer l'énergie potentielle du robot obtenue par :

$$U = \sum_{i=1}^n (m_i g P_{i_y}) \quad (3.3)$$

où m_i est la masse du corps i , g l'accélération de la gravité et P_{i_y} correspond à la position du centre de masse du corps i selon l'axe vertical.

L'énergie cinétique totale du robot est obtenue par :

$$E = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (m_i V_i^2 + I_i w_i^2) \quad (3.4)$$

où P_i correspond à la position du centre de masse du corps i . V_i est la vitesse linéaire du centre de masse du corps i . w_i est la vitesse angulaire du centre de masse du corps i . Enfin I_i est l'inertie du corps i calculée au centre de masse.

À partir des équations de fermeture de boucle telles que nous les avons présentées dans le chapitre 2 (équation 3.6), nous calculons la matrice jacobienne $\frac{\partial \Phi(q)}{\partial q_i}$.

3.4 Modèle dynamique en phase de simple appui

3.4.1 Calcul des couples articulaires

En phase de simple appui, le robot bipède est en contact à plat au sol. Nous pouvons alors considérer une liaison implicite entre le pied et le sol. La modélisation dynamique du robot peut alors s'effectuer à l'aide des coordonnées $\mathbf{q}_r = [q_{p2}, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_{g11}, q_{g12}, q_{g21}, q_{g22}]^t$. $q_{p2}, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5$ sont les orientations des corps principaux du robot (pied en transfert, tibias, fémurs et tronc), figure 3.2 et $q_{g11}, q_{g12}, q_{g21}, q_{g22}$ sont les orientations des corps des articulations à 4-barres, figure 3.3.

Le modèle dynamique durant la phase de simple appui du bipède équipé d'articulations à 4-barres aux genoux s'écrit alors :

$$\mathbf{A}(\mathbf{q}_r) \ddot{\mathbf{q}}_r + \mathbf{C}(\mathbf{q}_r) \dot{\mathbf{q}}_r + \mathbf{Q}(\mathbf{q}_r) = [\mathbf{D}_r \mathbf{J}_c^t] \begin{bmatrix} \mathbf{\Gamma} \\ \mathbf{F}_c \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

\mathbf{A} est la matrice 10x10 des effets inertiels, \mathbf{C} est la matrice 10x10 des effets centrifuges et Coriolis et \mathbf{Q} est le vecteur 10x1 des effets de la gravité. \mathbf{D}_r est la matrice d'actionnement composée de 0 et de ± 1 . $\mathbf{\Gamma}$ est le vecteur de dimension 6x1 contenant l'ensemble des couples articulaires tels que $\mathbf{\Gamma} = [\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3, \Gamma_4, \Gamma_5, \Gamma_6]^t$. Les angles d'action des couples Γ_i pour $i = 1, 2, 4, 5$ sont données sur la figure 3.2. Les couples Γ_3 et Γ_6 appliqués aux articulations des genoux sont associés aux angles α_j pour $j = 1, 2$ (l'indice 1 représente la jambe de support et l'indice 2 représente la jambe en transfert), visibles sur la figure 3.3. \mathbf{J}_c est la matrice jacobienne qui permet de prendre en compte les efforts de fermeture de boucle \mathbf{F}_c dans le modèle dynamique qui correspondent aux multiplicateurs de Lagrange de l'équation 3.2. Elle est obtenue par dérivation des équations de fermeture de boucle au point A sur les deux genoux :

$$\begin{cases} l_a \cos(q_1) - l_b \sin(q_{g11}) + l_c \cos(q_2) + l_d \sin(q_{g12}) = 0 \\ l_a \sin(q_1) + l_b \cos(q_{g11}) + l_c \sin(q_2) - l_d \cos(q_{g12}) = 0 \\ l_a \cos(q_4) - l_b \sin(q_{g21}) + l_c \cos(q_3) + l_d \sin(q_{g22}) = 0 \\ l_a \sin(q_4) + l_b \cos(q_{g21}) + l_c \sin(q_3) - l_d \cos(q_{g22}) = 0 \end{cases} \quad (3.6)$$

Ainsi, on obtient :

$$\mathbf{J}_c^t = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -l_a \sin(q_1) & l_a \cos(q_1) & 0 & 0 \\ l_c \sin(q_2) & l_c \cos(q_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -l_c \sin(q_3) & l_c \cos(q_3) \\ 0 & 0 & -l_a \sin(q_4) & l_a \cos(q_4) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -l_b \cos(q_{g11}) & -l_b \sin(q_{g11}) & 0 & 0 \\ l_d \cos(q_{g12}) & l_d \sin(q_{g12}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -l_b \cos(q_{g21}) & -l_b \sin(q_{g21}) \\ 0 & 0 & l_d \cos(q_{g22}) & l_d \sin(q_{g22}) \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

La matrice d'actionnement \mathbf{D}_r est calculée à l'aide du principe des travaux virtuels [Appell, 1931] :

$$\mathbf{D}_r = \frac{\partial}{\partial \Gamma} \left(\frac{\partial W}{\partial \delta \mathbf{q}_r} \right) \quad (3.8)$$

avec :

$$W = \sum_{i=1}^n \delta \theta_i \Gamma_i \quad (3.9)$$

qui correspond au travail virtuel associé à l'actionnement. Les angles θ_i correspondent aux angles articulaires actionnés telles que :

$$\begin{cases} \delta \theta_1 = \delta q_1 \\ \delta \theta_2 = \delta q_4 - \delta q_{p2} \delta \theta_3 = \delta \alpha_1 \\ \delta \theta_4 = \delta q_5 - \delta q_2 \\ \delta \theta_5 = \delta q_5 - \delta q_3 \\ \delta \theta_6 = \delta \alpha_2 \end{cases} \quad (3.10)$$

Les angles α_1 et α_2 étant les angles actionnés sur les genoux à 4-barres que l'on peut écrire comme :

$$\begin{cases} \delta \alpha_1 = -\delta q_2 + \delta q_{g12} \\ \delta \alpha_2 = -\delta q_3 + \delta q_{g22} \end{cases} \quad (3.11)$$

On obtient alors :

$$\mathbf{D}_r = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

On trouve alors les couples articulaires ainsi que les forces de fermeture \mathbf{F}_c par :

$$\begin{bmatrix} \Gamma \\ \mathbf{F}_c \end{bmatrix} = [\mathbf{D}_r \ \mathbf{J}_c^t]^{-1} (\mathbf{A}(\mathbf{q}_r) \ddot{\mathbf{q}}_r + \mathbf{C}(\mathbf{q}_r) \dot{\mathbf{q}}_r + \mathbf{Q}(\mathbf{q}_r)) \quad (3.13)$$

3.4.2 Calcul des efforts et du centre de pression

Ce modèle n'étant valable que dans le cas d'une marche en simple appui pied à plat, nous devons assurer que les hypothèses de contact du pied avec le sol sont vérifiées.

Ainsi, il est nécessaire d'assurer que le pied reste en contact avec le sol sans glissement. Pour cela nous définissons un cône de frottement entre le sol et la surface du pied.

Il est donc nécessaire de vérifier les équations suivantes durant toute la phase de simple appui :

$$-f \cdot R_{1y} - R_{1x} \leq 0 \quad (3.14)$$

$$-f \cdot R_{1y} + R_{1x} \leq 0 \quad (3.15)$$

où R_{1x} et R_{1y} sont les composantes tangentielle et normale de la réaction du sol sur le pied d'appui et f le coefficient de frottement du pied avec le sol. Cette force de réaction est obtenue à partir du bilan des efforts calculés au centre de gravité du robot :

$$M \cdot \ddot{x}_g = R_{1x} \quad (3.16)$$

$$M \cdot \ddot{y}_g + Mg = R_{1y} \quad (3.17)$$

où x_g et y_g correspondent à la position du centre de masse du robot, M est la masse totale du robot.

De plus, il est nécessaire de vérifier que la position du Zero Moment Point (ZMP) est contenue dans la zone d'appui, afin d'assurer que le pied reste à plat au sol et ne tourne pas autour d'une de ses extrémités (figure 3.4). La notion de ZMP a été introduite dans [Vukobratovic and Stepanenko, 1972]. Le ZMP correspond au point d'application de la force de réaction du sol sur la semelle du pied d'appui. Lorsque le robot est en équilibre sur son pied le ZMP est confondu avec le centre de pression. Dans le cas où le ZMP est hors de la surface de contact, le robot n'est plus en équilibre à plat sur son pied. Cette information est donc primordiale pour assurer qu'une trajectoire avec le pied d'appui à plat est physiquement réalisable.

La position du ZMP est obtenue en déterminant l'équation d'Euler à la cheville en isolant le pied du robot, figure 3.4. Le pied du robot étant soumis à la force de réaction du sol \mathbf{R}_1 , à la force et au moment exercés par le reste du robot sur la cheville, notés \mathbf{F}_O et \mathbf{M}_O respectivement, ainsi qu'à son propre poids, nous pouvons écrire l'équation d'équilibre en rotation autour de la cheville :

$$\mathbf{M}_O + \mathbf{OO} \wedge \mathbf{F}_O + \mathbf{OG}_f \wedge m_p \mathbf{g} + \mathbf{OP} \wedge \mathbf{R}_1 + \mathbf{M} = 0 \quad (3.18)$$

\mathbf{OG}_f représente la position du centre de masse du pied du robot, \mathbf{OP} représente la position du centre de pression par rapport à la cheville, m_p la masse du pied et \mathbf{M} le moment de la réaction du sol au point P .

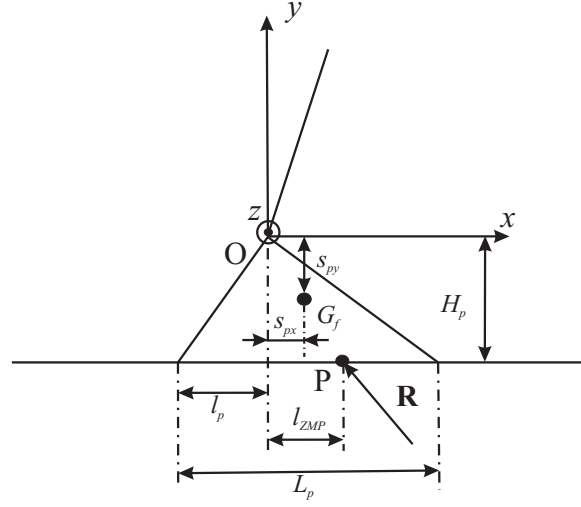


Figure 3.4: – Représentation du pied du robot

La position du ZMP est alors donnée par :

$$l_{ZMP} = \frac{\Gamma_1 + s_{px} m_p g - H_p R_{1x}}{R_{1y}} \quad (3.19)$$

R_{1x} et R_{1y} étant les composantes tangentielle et normale de la force de réaction du sol, H_p la hauteur du pied, s_{px} la position du centre de masse du pied par rapport à la cheville, et Γ_{p1} le couple exercé à la cheville.

3.4.3 Calcul des éléments \mathbf{A} , \mathbf{C} , \mathbf{Q} et \mathbf{D}_Γ

Le calcul du modèle dynamique sous la forme de Lagrange nécessite le calcul des différents éléments de \mathbf{A} , \mathbf{C} , \mathbf{Q} et \mathbf{D}_Γ , que l'on obtient à partir de l'équation 3.3 de l'énergie potentielle et de l'équation 3.4 de l'énergie cinétique.

La matrice d'inertie \mathbf{A} s'obtient par la dérivation de l'énergie cinétique :

$$\mathbf{A} = \frac{\partial^2 E}{\partial \dot{\mathbf{q}}^2} \quad (3.20)$$

La matrice $\mathbf{C}(\mathbf{q})$ est donnée en utilisant les symboles de Christoffell $c_{i,jk}$. Si l'on note i une ligne de $\mathbf{C}(\mathbf{q})$ et j une colonne de $\mathbf{C}(\mathbf{q})$ alors on obtient les différents éléments de $\mathbf{C}(\mathbf{q})$ par :

$$\begin{cases} C_{ij} = \sum_{k=1}^6 c_{i,jk} \dot{q}_k \\ c_{i,jk} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial A_{ij}}{\partial q_k} + \frac{\partial A_{ik}}{\partial q_j} - \frac{\partial A_{jk}}{\partial q_i} \right] \end{cases} \quad (3.21)$$

Enfin les éléments du vecteur \mathbf{Q} s'obtiennent par dérivation de l'énergie potentielle telle que :

$$\mathbf{Q} = \frac{\partial U}{\partial \mathbf{q}} \quad (3.22)$$

3.5 Modèle dynamique en phase de double appui

Durant la phase de double appui, le robot bipède est en contact sur le talon du pied en avant ainsi que sur la pointe du pied en arrière. La configuration du robot est alors décrite par les coordonnées $\mathbf{q} = [q_{p1}, \mathbf{q}_r]^t$. La modélisation dynamique du robot doit donc prendre en compte les efforts du sol sur les deux pieds. Le modèle dynamique est alors donné par :

$$\mathbf{A}(\mathbf{X})\ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{C}(\mathbf{X})\dot{\mathbf{X}} + \mathbf{Q}(\mathbf{X}) = [\mathbf{D}_r \ \mathbf{J}_c^t] \begin{bmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{F}_c \end{bmatrix} + \mathbf{J}_1^t \mathbf{R}_1 + \mathbf{J}_2^t \mathbf{R}_2 \quad (3.23)$$

avec $\mathbf{X} = [\mathbf{q}^t, x_h, y_h]^t$ où x_h et y_h sont les coordonnées des hanches.

\mathbf{J}_1 et \mathbf{J}_2 sont les matrices jacobiennes pour les deux pieds telles que :

$$\mathbf{J}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & l_1 \cos(q_1) - \frac{l_a}{2} \sin(q_1) & l_2 \cos(q_2) - \frac{l_c}{2} \cos(q_2) & 0 & 0 & 0 & 0 & l_d \cos(q_{g12}) & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{l_a}{2} \cos(q_1) + l_1 \sin(q_1) & l_2 \sin(q_2) - \frac{l_c}{2} \sin(q_2) & 0 & 0 & 0 & 0 & l_d \sin(q_{g12}) & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{J}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & l_3 \cos(q_3) - \frac{l_c}{2} \cos(q_3) & l_4 \cos(q_4) - \frac{l_a}{2} \sin(q_4) & 0 & 0 & 0 & 0 & l_d \cos(q_{g22}) & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & l_3 \sin(q_3) - \frac{l_c}{2} \sin(q_3) & \frac{l_a}{2} \cos(q_4) + l_4 \sin(q_4) & 0 & 0 & 0 & 0 & l_d \sin(q_{g22}) & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Durant la phase de double appui le robot est dans une configuration sur-actionnée. En effet, 9 coordonnées sont nécessaires pour décrire la configuration du robot dans un cas général et le robot possède 6 actionneurs. Or, dans la phase de double appui, les conditions de contact des deux pieds au sol ajoutent 4 contraintes. Le degré de sur-actionnement est donc de 1. Il existe donc une infinité de solution à ce modèle dynamique. En effectuant un bilan des efforts au centre de gravité du robot (voir figure 3.5) on obtient le système d'équation suivant :

$$\begin{cases} y_g(R_{1x} + R_{2x}) + (d - x_g)R_{2y} + x_g R_{1y} = \delta_g \\ R_{1x} + R_{2x} = m\ddot{x}_g \\ R_{1y} + R_{2y} - mg = m\ddot{y}_g \end{cases} \quad (3.24)$$

où $\delta_g = 0$ représente le moment au centre de gravité du robot. \ddot{x}_g et \ddot{y}_g représentent les composantes de l'accélération du centre de gravité. Ce système possède donc 3 équations pour 4 inconnues. En étudiant ce système on peut constater que seul les composantes R_{1x} et R_{2x} peuvent être choisies.

Dans la suite, nous avons choisi de fixer la composante horizontale de la réaction du sol sur le pied en arrière (R_{2x}) durant la phase de double appui. Dans le processus d'optimisation

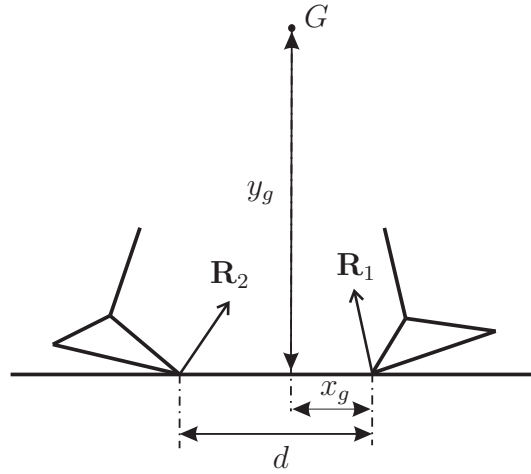


Figure 3.5: – Bilan des efforts au centre de gravité.

de trajectoires, R_{2x} sera décrit par un polynôme d'ordre 2 dont les coefficients feront partie des paramètres d'optimisation.

Ainsi, il est possible, en considérant que le robot est lié au sol au niveau du talon du pied en avant par une liaison pivot parfaite, d'écrire le modèle dynamique du robot bipède comme :

$$\mathbf{A}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{Q}(\mathbf{q}) = [\mathbf{D}_r \ \mathbf{J}_c^t] \begin{bmatrix} \mathbf{\Gamma} \\ \mathbf{F}_c \end{bmatrix} + \mathbf{J}_2^t \mathbf{R}_2 \quad (3.25)$$

Si l'on fixe R_{2x} , on peut alors obtenir les couples actionneurs ainsi que la composante verticale de la réaction du sol sur le pied en arrière par :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{\Gamma} \\ \mathbf{F}_c \\ R_{2y} \end{bmatrix} = [\mathbf{D}_r \ \mathbf{J}_g^t \ \mathbf{J}_{2(:,1)}^t]^{-1} [\mathbf{A}_m(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}_m(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{Q}_m(\mathbf{q}) - \mathbf{J}_{2(:,2)}^t R_{2x}] \quad (3.26)$$

Le calcul de la réaction du sol sur le pied en avant \mathbf{R}_1 est réalisé en effectuant le bilan des efforts au centre de masse global du robot. On obtient alors :

$$\begin{cases} m \ddot{x}_g = R_{1x} + R_{2x} \\ m \ddot{y}_g + m g = R_{1y} + R_{2y} \end{cases} \quad (3.27)$$

On peut donc, après résolution du modèle dynamique 3.26 obtenir les composantes de la réaction du sol sur le pied 1. Les réactions du sol seront utilisées pour vérifier les hypothèses de contact et ainsi assurer qu'il n'y pas décollement ni glissement d'un des pieds.

3.6 Modèle dynamique en phase de simple appui sous-actionnée

Au cours de la marche, une phase sous-actionnée peut apparaître. En effet, durant la phase de simple appui, nous pouvons introduire une rotation du pied autour de l'axe des orteils.

Dans notre cas, le pied du robot est considéré comme rigide et en un seul corps. Cette rotation s'effectuera donc autour de l'arête frontale du pied. Ce cas limite de rotation du pied engendre une phase sous-actionnée. Le traitement de ce type de phase a été traité dans la littérature par différentes approches. Dans [Miossec and Aoustin, 2006] S. Miossec et al. ont traité le cas de la marche d'un robot sans pied en phase de simple appui. Pour résoudre le problème de sous-actionnement, les auteurs ont paramétré les trajectoires articulaires en fonction de l'évolution de l'angle de la jambe virtuelle qui correspond à la droite passant par le point de contact au sol et la hanche. L'évolution de cet angle est obtenu à partir du calcul du moment cinétique du robot autour du point de contact au sol. Dans [Chevallereau *et al.*, 2003b] les auteurs ont adopté une approche similaire pour un robot sans pied mais en choisissant une variable arbitraire pour paramétrer les trajectoires articulaires. L'évolution de cette variable est aussi obtenue à partir du calcul du moment angulaire autour du point de contact mais ne correspond pas à l'évolution d'une variable articulaire. De plus, cette approche a été mise en place avec succès dans le cas de la marche sous-actionnée d'un robot bipède en 3D dans [Tlalolini Romero *et al.*, 2009b]

Nous allons montrer dans la suite, que la méthode utilisant une variable articulaire pour prescrire l'évolution du robot n'est pas réalisable dans le cas d'un robot avec pied. Nous donnerons le modèle dynamique du robot bipède dans cette phase de rotation ainsi que la méthode de calcul d'une trajectoire.

3.6.1 Modèle dynamique en simple appui sous-actionné

Durant la phase de simple appui sous-actionnée, le robot bipède est en contact avec le sol sur la pointe du pied d'appui. En considérant que le contact est sans glissement ni décollement, la configuration du robot peut être décrite par les coordonnées $\mathbf{q} = [q_{p1}, \mathbf{q}_r]^t$. Ainsi, si l'on considère une liaison implicite entre le pied et le sol, le modèle dynamique du robot est décrit par :

$$\mathbf{A}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{Q}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \mathbf{\Gamma} \\ \mathbf{F}_c \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

Ce modèle n'est valide que si le pied d'appui reste en contact avec le sol. Il est donc nécessaire de vérifier les hypothèses de contact avec le sol en déterminant la force de réaction du sol.

3.6.2 Calcul des trajectoires articulaires en phase sous-actionnée

Durant la phase de marche avec rotation du pied le robot bipède se trouve dans une phase sous-actionnée. Il n'est donc pas possible de définir librement le comportement de toutes les articulations.

Cependant, de nombreux travaux, [Aoustin and Formal'sky, 2003], [Chevallereau *et al.*, 2003b], ont montré qu'il est possible de fixer la trajectoire de chaque articulation en fonction d'une variable de configuration, qui peut correspondre à l'orientation d'un corps du robot durant la phase de marche sous-actionnée ou à une variable arbitraire qui servira de base de temps interne. Ainsi, nous fixons l'évolution articulaire en fonction de cette variable qui sera donnée par l'intégration du moment cinétique autour du point de contact. Dans cette partie nous allons détailler les principes de cette méthode.

3.6.2.1 Paramétrisation de la trajectoire

Durant la phase de marche en simple appui avec rotation du pied, nous fixons les trajectoires articulaires en fonction d'une variable de configuration. Le robot étant en appui sur la pointe du pied, il est nécessaire de déterminer l'orientation de l'ensemble des corps du robot. Il y a donc 7 variables articulaires à déterminer. Ces variables articulaires seront données par des polynômes d'ordre 4, non pas en fonction du temps mais en fonction d'une variable notée s :

$$\mathbf{q}(s) = \mathbf{a}_0 + \mathbf{a}_1 s + \mathbf{a}_2 s^2 + \mathbf{a}_3 s^3 + \mathbf{a}_4 s^4 \quad (3.29)$$

$$\dot{\mathbf{q}}(s, \dot{s}) = (\mathbf{a}_1 + 2\mathbf{a}_2 s + 3\mathbf{a}_3 s^2 + 4\mathbf{a}_4 s^3)\dot{s} \quad (3.30)$$

$$\ddot{\mathbf{q}}(s, \dot{s}, \ddot{s}) = (\mathbf{a}_1 + 2\mathbf{a}_2 s + 3\mathbf{a}_3 s^2 + 4\mathbf{a}_4 s^3)\ddot{s} + (2\mathbf{a}_2 + 6\mathbf{a}_3 s + 12\mathbf{a}_4 s^2)\dot{s}^2 \quad (3.31)$$

Ainsi, la variable s peut être choisie comme étant une variable quelconque ou une variable correspondant à un état du robot. Il est important de noter qu'une condition doit être vérifiée sur la variable s choisie. En effet, cette variable doit être strictement monotone durant toute la phase de simple appui sous-actionnée. Cette condition nous amène à choisir une solution pour le choix de la variable s dans notre cas. En effet, une solution simple aurait été de choisir l'orientation du pied d'appui comme variable pour définir les fonctions polynomiales. Cependant, en début de phase de simple appui avec pied en rotation le pied d'appui est à plat au sol avec une vitesse nulle. Il n'est donc pas possible de trouver une évolution cohérente de l'orientation du pied avec le reste des variables généralisées du robot. Nous avons donc choisi d'utiliser une variable arbitraire qui variera entre 0 et 1 durant la trajectoire. L'évolution de s , \dot{s} et \ddot{s} sera donnée par l'évolution du moment cinétique durant la trajectoire, c'est-à-dire la dynamique du robot.

3.6.2.2 Calcul de l'évolution de s

Le calcul de s , \dot{s} et \ddot{s} passe par le calcul du moment cinétique au point de rotation du pied avec le sol. Sachant que le moment cinétique est une fonction des vitesses absolues du robot et que pour cette trajectoire nous avons choisi de décrire ces vitesses comme des

fonctions de s et \dot{s} , alors si l'on considère un repère fixe \mathbf{R}_O lié à la pointe du pied en rotation notée O , le moment cinétique en O peut s'écrire comme :

$$\sigma_O(s, \dot{s}) \triangleq I(s) \dot{s} \quad (3.32)$$

On rappellera que le moment cinétique autour d'un point O d'un système multicorps s'obtient par :

$$\sigma_O = \sum_{i=1}^n m_i \mathbf{v}_i \wedge \mathbf{P}_i + I_i w_i \quad (3.33)$$

où m_i est la masse du corps i , \mathbf{v}_i la vitesse linéaire du centre de masse du corps i , \mathbf{P}_i la position du centre de masse du corps i par rapport à O , I_i le moment d'inertie au centre de masse du corps i et w_i la vitesse de rotation du corps i .

De plus, la dérivée temporelle du moment cinétique σ_O est donnée par :

$$\dot{\sigma}_O(s) = -m g x_g(s) \dot{s} \quad (3.34)$$

On peut donc écrire :

$$\sigma_O(s, \dot{s}) \dot{\sigma}_O(s) = -m g x_g(s) I(s) \dot{s} \quad (3.35)$$

m correspond à la masse totale du robot, g à l'accélération de la pesanteur et x_g à la position horizontale du centre de masse globale du robot.

En intégrant cette équation entre 0 et s on obtient :

$$\frac{1}{2} \sigma_O^2(s, \dot{s}) = - \int_0^s m g x_g(\xi) I(\xi) d\xi + C \quad (3.36)$$

Ce qui donne :

$$\frac{1}{2} I^2(0) \dot{s}^2 |_{s=0} = \frac{1}{2} I^2(s) \dot{s}^2 + V(s) \quad (3.37)$$

avec :

$$V(s) = m g \int_0^s I(\xi) x_g(\xi) d\xi \quad (3.38)$$

On peut donc déterminer l'évolution de \dot{s} en connaissant sa valeur initiale pour $s = 0$ par :

$$\dot{s} = \frac{\sqrt{I^2(0) \dot{s}^2 |_{s=0} - 2 V(s)}}{I(s)} \quad (3.39)$$

Cette équation nécessite que $I(s)$ soit strictement positif pour assurer l'existence de \dot{s} . De plus, la condition suivante doit être vérifiée :

$$\max(V(s)) < \frac{1}{2} I^2(0) \dot{s}^2 |_{s=0} \quad (3.40)$$

Ces deux conditions assurent l'existence de \dot{s} et la stricte monotonie de s . Une violation de ces conditions correspond à une chute du robot en arrière.

A partir des équations 3.32 et 3.34, il est possible d'obtenir l'évolution de \ddot{s} . Ainsi, on a :

$$-m g x_g(s) = \dot{I}(s)\dot{s} + I(s)\ddot{s} \quad (3.41)$$

Ainsi, on obtient :

$$\ddot{s} = \frac{-m g x_g(s) - I(s)^2 \dot{s}^2}{I(s)} \quad (3.42)$$

3.7 Modèle d'impact

Dans cette étude, nous avons choisi de considérer des mouvements de marche avec des impacts impulsionnels entre les pieds et le sol. Pour la modélisation de ces impacts nous considérons des impacts entre deux corps rigides. Ce type de modèle d'impact entraîne des discontinuités pouvant être gênantes, notamment dans la recherche d'une phase de double appui suivant un impact impulsionnel. Dans cette partie, nous allons introduire un modèle d'impact qui permet d'obtenir une phase de double appui à la suite d'un impact impulsionnel.

3.7.1 Les différentes solutions envisageables suite à un impact impulsionnel

Lors d'un impact le robot subit un saut de vitesse instantané. Les accélérations et les forces de réaction du sol sont donc considérées comme infinies sur une durée infinitésimale de temps. Différents comportements peuvent alors apparaître juste après cet impact :

- Le pied qui arrive au sol, que l'on notera avec l'indice 2, peut rebondir juste après l'impact. Dans ce cas, une force impulsionnelle est appliquée par le sol sur le pied précédemment en appui, notée avec l'indice 1. Ce cas n'a pas d'intérêt pour la marche. Il sera donc nécessaire de tenir compte de contraintes cinématiques sur le pied 2 afin d'assurer son contact avec le sol.
- En considérant que le pied 2 reste au sol après l'impact, le pied 1 peut décoller juste après l'impact. Ce comportement engendre un passage instantané à une phase de simple appui sur le pied 2. Une force impulsionnelle est alors observée sur le pied 2. La validité de ce type d'impact doit être vérifiée en assurant que les contraintes unilatérales sur le pied 2 qui reste au sol sont vérifiées. De plus, il est nécessaire de vérifier que le comportement du pied 1, qui décolle juste après l'impact, est réalisable, à savoir que la vitesse de décollement de chacune de ses extrémités est bien positive.
- Un dernier comportement peut être identifié. Juste après l'impact, les deux pieds peuvent garder le contact avec le sol. Dans ce cas, le sol exerce une force impulsionnelle sur les deux pieds. Ces forces doivent vérifier les contraintes d'unilatéralité, afin d'assurer ce comportement sans décollement ni glissement. Cette solution d'impact entraîne une phase de double appui juste après l'impact.

Nous allons donc dans la suite présenter le modèle d'impact impulsif pour un robot bipède utilisant des articulations à 4-barres, permettant d'obtenir une phase de double appui à la suite d'une phase de simple appui, ou d'obtenir une marche uniquement constituée de phases de simple appui.

3.7.2 Modèle d'impact impulsif et résolution

Dans la suite de cette étude nous allons mettre en place différents types de trajectoires. Nous verrons que plusieurs cas d'impacts peuvent alors apparaître. Dans un cas général, un impact impulsif correspond à une discontinuité en vitesse. Cette discontinuité en vitesse génère des impulsions de Dirac sur des accélérations. Les différents corps du robot ainsi que le sol étant considérés comme des solides indéformables, un impact impulsif va donc apparaître. Le type de contact avec le sol ainsi que le comportement souhaité du robot après l'impact vont amener à différents modèles d'impacts.

Le problème des impacts impulsifs lors de la marche d'un robot bipède a été largement étudié dans la littérature et notamment dans le travail de S. Miossec [Miossec, 2004]. Un impact impulsif apparaît lors du contact total ou partiel d'un pied du robot avec le sol. En considérant le contact entre des corps rigides, une discontinuité en vitesse apparaît lors du contact avec le sol. Cette discontinuité implique des accélérations infinies à l'instant de l'impact ainsi que des efforts extérieurs infinis. À l'inverse, les couples articulaires ne peuvent pas être infinis. La problématique de l'impact impulsif est de déterminer les vitesses articulaires du robot juste après l'impact en fonction de ces vitesses articulaires juste avant l'impact. Pour cela, nous intégrons le modèle dynamique en phase de double appui 3.23 autour de l'instant de l'impact (entre T^- et T^+).

Dans un cas général, un impact impulsif sur un robot bipède équipé d'articulations à 4-barres aux genoux, à la suite d'un contact avec le sol, sera modélisé par deux groupes d'équations :

- L'intégrale du modèle dynamique en phase de double appui sur une durée infinitésimale :

$$\mathbf{A}(\mathbf{X})(\dot{\mathbf{X}}^+ - \dot{\mathbf{X}}^-) = \mathbf{J}_1^t \mathbf{I}_{\mathbf{R}_1} + \mathbf{J}_2^t \mathbf{I}_{\mathbf{R}_2} + \mathbf{J}_c^t \mathbf{I}_{\mathbf{F}_c} \quad (3.43)$$

où $\dot{\mathbf{X}}^-$ et $\dot{\mathbf{X}}^+$ correspondent aux vitesses du robot juste avant et juste après l'impact. $\mathbf{I}_{\mathbf{R}_1}$, $\mathbf{I}_{\mathbf{R}_2}$ et $\mathbf{I}_{\mathbf{F}_c}$ correspondent aux forces impulsives de réaction du sol ainsi que des forces de liaisons impulsives dans les genoux à 4-barres. Ces forces impulsives résultantes de l'intégration du modèle dynamique sur une durée nulle sont représentées par des impulsions de Dirac.

- Des équations de contraintes cinématiques dépendant du comportement souhaité du robot après l'impact :

$$\mathbf{J}\dot{\mathbf{X}}^+ = 0 \quad (3.44)$$

où \mathbf{J} est une matrice jacobienne qui définit la position d'un point d'impact par rapport

au repère de référence. En fonction du type d'impact, pied à plat ou sur une arête, cette matrice comportera deux ou trois lignes.

- Des équations de contraintes assurant que les contraintes cinématiques de boucles fermées sur les genoux sont respectées :

$$\mathbf{J}_c \dot{\mathbf{X}}^+ = 0 \quad (3.45)$$

Ainsi, en considérant que les deux pieds restent au sol, il sera possible de déterminer les vitesses articulaires du robot juste après l'impact ainsi que les forces de réaction du sol et des forces de liaison dans les articulations à 4-barres en fonction des vitesses articulaires du robot juste avant l'impact :

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{X}}^+ \\ \mathbf{I}_{\mathbf{R}_1} \\ \mathbf{I}_{\mathbf{R}_2} \\ \mathbf{I}_{\mathbf{F}_c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & -\mathbf{J}_1^t & -\mathbf{J}_2^t & -\mathbf{J}_c^t \\ \mathbf{J}_1 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{J}_2 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{J}_c & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{A} \dot{\mathbf{X}}^- \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

Cette solution amènera à une phase de double appui. Dans le cas d'un impact en fin de phase de double appui ou d'un impact séparant deux phases de simple appui, le modèle d'impact sera défini sur le même principe. Il suffira de retirer les équations de contraintes ainsi que les forces impulsives sur le pied qui décollera juste après l'impact. Pour obtenir une phase de double appui à la suite d'une phase de simple appui, nous nous assurons uniquement que la pointe du pied en arrière reste au sol à la suite de l'impact impulsif. Nous montrerons que cette solution permet d'obtenir en simulation une phase de double appui avec ce type d'impact.

3.8 Prise en compte de ressorts dans la modélisation dynamique

L'utilité de mécanisme permettant le stockage et la restitution d'énergie dans le cadre de la robotique bipède a été démontrée notamment dans l'étude des robots passifs [Collins *et al.*, 2001]. L'utilisation de ressorts en parallèle d'un actionneur ou en série sur un corps permet ce stockage et cette restitution d'énergie. La recherche de mécanisme permettant de réduire la consommation d'énergie au cours de la marche peut donc passer par l'utilisation de ressorts [Asano *et al.*, 2005], [Lida *et al.*, 2009]. Au cours de ce travail nous avons réalisé une étude de l'effet de l'utilisation de ressorts en parallèle de l'articulation du genou. L'ajout de ressorts sur un robot bipède nécessite de modifier la modélisation dynamique d'un robot de ce type. Dans un cas général, le modèle dynamique inverse d'un robot bipède comportant des ressorts en parallèle d'un actionneur s'écrit [Khalil and Dombre, 2002] :

$$\mathbf{A}(\mathbf{X})\ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{H}(\mathbf{X}, \dot{\mathbf{X}}) + \mathbf{Q}_{\text{ressort}}(\mathbf{X}) = \mathbf{D}(\mathbf{X}) \quad (3.47)$$

où $\mathbf{A}(\mathbf{X})$ représente la matrice d'inertie du robot, $\mathbf{H}(\mathbf{X}, \dot{\mathbf{X}})$ l'ensemble des efforts centrifuge Coriolis et de gravité. $\mathbf{D}(\mathbf{X})$ l'ensemble des efforts extérieurs ainsi que des couples exercés sur le robot et $\mathbf{Q}_{\text{ressort}}(\mathbf{X})$ les efforts dûs aux ressorts. Ces efforts sont obtenus par l'application du principe des travaux virtuels :

$$\mathbf{Q}_{\text{ressort}} = \frac{\partial U_{\text{ressort}}}{\partial \mathbf{X}} \quad (3.48)$$

où U_{ressort} représente l'énergie potentielle des ressorts :

$$U_{\text{ressort}} = \sum_{i=1}^n \frac{k_i}{2} (\beta_i - \beta_{0_i})^2 \quad (3.49)$$

k_i est le coefficient de raideur du ressort i , β_i représente sa position courante, et β_{0_i} sa position d'équilibre.

Ce modèle nous permettra de comparer la consommation énergétique d'un robot bipède au cours d'une marche cyclique avec ou sans ressort.

3.9 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre les différents modèles dynamiques nécessaires pour la génération de trajectoires de marche complexes. Nous avons pu constater que l'utilisation de structures parallèles pour un robot nécessite de prendre en compte un ensemble d'efforts de contraintes lors de la modélisation dynamique. De plus, nous avons proposé différents modèles d'impacts impulsionnels permettant d'envisager différents types de contact du pied avec le sol tout en autorisant une phase de double appui. La possibilité d'obtenir une phase de double appui après un impact impulsif sera confirmée en simulation dans le chapitre 5. Cette possibilité constitue un avantage important lors de la génération de trajectoires. Elle permet ainsi de réaliser des trajectoires de marche avec double appui sans pour autant limiter l'espace de recherche aux trajectoires où le pied d'impact arrive avec une vitesse nulle à l'instant du contact avec le sol, comme cela a pu être réalisé dans des études précédentes.

Enfin, nous avons rappelé comment prendre en compte les effets de ressorts en parallèle des actionneurs dans la modélisation dynamique. Dans la suite de ce travail nous allons donner une méthode pour générer des trajectoires de marche optimales par optimisation paramétrique pour différents types d'allures de marche. Ces méthodes basées sur la minimisation de la consommation énergétique utiliseront les différents modèles que nous avons présentés.

Chapitre 4

Génération de trajectoires de marche optimales

Sommaire

4.1	Introduction	51
4.2	Définition des différentes allures de marche	52
4.3	Optimisation de trajectoires de marche de type 1	53
4.4	Optimisation de trajectoires de marche de type 2	55
4.5	Optimisation de trajectoires de marche de type 3	57
4.6	Modèle géométrique inverse du robot	60
4.7	Problème d'optimisation paramétrique	60
4.7.1	Critère	61
4.7.1.1	Choix d'un critère d'optimisation	61
4.7.1.2	Cas particuliers durant une phase de simple appui sous-actionnée	62
4.7.2	Contraintes	63
4.7.2.1	Contraintes dynamiques	63
4.7.2.2	Contraintes technologiques	64
4.7.2.3	Contraintes spécifiques à la marche sous-actionnée. . .	65
4.8	Conclusion	65

4.1 Introduction

Dans ce chapitre nous allons présenter une méthode de génération de trajectoires de marche optimales cycliques par optimisation paramétrique. Nous présenterons le cas de différentes allures de marche pour un robot bipède. Cette méthode de génération de trajectoires nous servira par la suite pour comparer les performances de marche d'un robot bipède en fonction du type d'articulation de genou utilisé. Nous allons donc présenter les différentes allures de marche envisagées avec leurs différentes sous-phases. Nous donnerons les variables d'optimisation utilisées dans le processus d'optimisation, et nous poserons le problème d'optimisation sous contraintes.

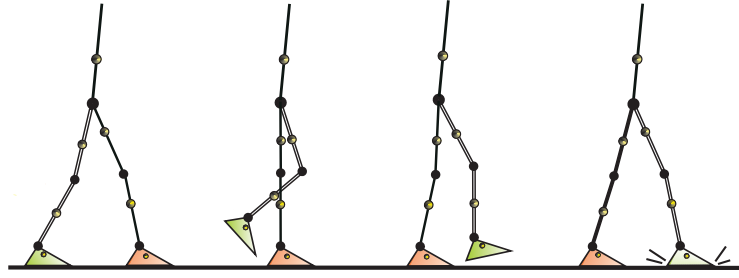


Figure 4.1: – Allure de type 1

4.2 Définition des différentes allures de marche

Pour tester les performances du robot bipède équipé de genoux 4-barres, nous allons réaliser un ensemble de trajectoires optimales de marche. Ces trajectoires de marche seront obtenues à l'aide d'un processus d'optimisation paramétrique. Cette méthode de génération de trajectoire a été largement utilisée dans la littérature que ce soit dans le plan [Chevallereau and Aoustin, 2001], [Miossec, 2004], [Bessonnet *et al.*, 2004], [Bessonnet *et al.*, 2005] ou dans l'espace [Tlalolini Romero, 2008], [Tlalolini Romero *et al.*, 2009a].

Différentes allures peuvent être envisagées pour la marche d'un robot bipède. En effet, comme nous l'avons présenté dans le chapitre 3, la prise en compte des impacts impulsionnels peut empêcher l'apparition d'une phase de double appui. De plus D. Tlalolini a montré dans [Tlalolini Romero *et al.*, 2009b] qu'il est possible de faire apparaître une phase de simple appui avec une rotation du pied de appui autour de son arête frontale.

Nous allons donc dans la suite générer des jeux de trajectoires pour différentes allures de marche, en cherchant à tendre vers la marche anthropomorphe. De plus, les trajectoires de marches générées seront cycliques.

Ainsi, l'allure de marche la plus simple consiste en une succession de phases de simple appui séparées par des impacts impulsionnels. Nous nommons cette allure de marche allure de type 1.

L'allure de type 2 fera apparaître une phase de double appui avec rotation des deux pieds.

Enfin, l'allure de type 3 fera apparaître une phase de rotation du pied d'appui autour de son arête frontale au cours de la phase de simple appui.

Les trajectoires de marche que nous allons générer seront obtenues à l'aide d'un processus d'optimisation paramétrique. En fonction du type de trajectoire à générer, le problème d'optimisation diffère par le nombre de variables d'optimisation à déterminer et les contraintes à respecter. Nous allons dans la suite, pour chaque type de trajectoire, déterminer le nombre de variables d'optimisation nécessaires pour décrire une trajectoire de marche.

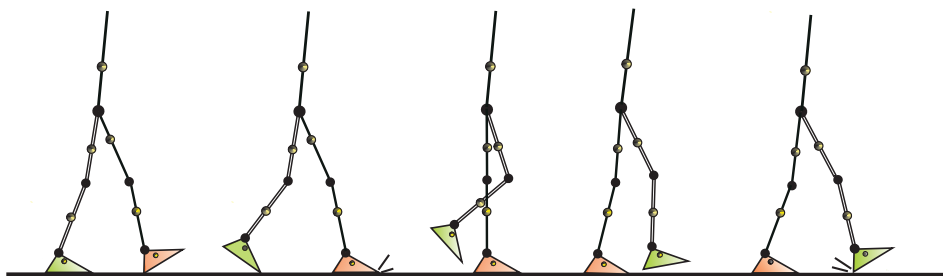


Figure 4.2: – Allure de type 2

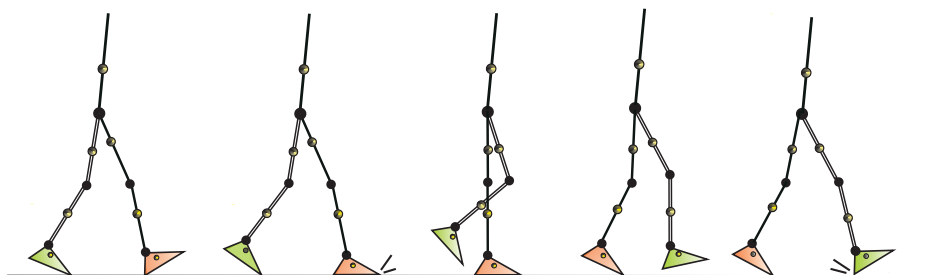


Figure 4.3: – Allure de type 3

4.3 Optimisation de trajectoires de marche de type 1

La trajectoire de type 1 est constituée uniquement de phases de simple appui séparées par des impacts impulsionnels. Nous allons donc décrire l'évolution des différentes articulations par une unique fonction entre le début et la fin de la phase de simple appui. Afin de générer des trajectoires suffisamment riches tout en évitant les problèmes d'oscillation que l'on peut rencontrer lors de l'utilisation de polynômes d'ordre élevé, nous allons utiliser des fonctions splines cubiques [Boor, 1978]. Ces fonctions permettent de réaliser une trajectoire en fixant un ensemble de positions intermédiaires par une succession de polynômes d'ordre 3 qui assurent la continuité en vitesse. L'expression générale des splines

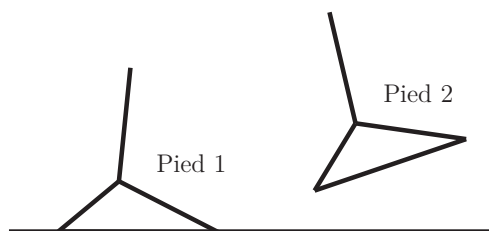


Figure 4.4: – Position des pieds en phase de simple appui

cubiques est donnée par :

$$q_i(t) = \begin{cases} \varphi_{i,1}(t) \text{ if } t_1 \leq t \leq t_2 \\ \varphi_{i,2}(t) \text{ if } t_2 \leq t \leq t_3 \\ \vdots \\ \varphi_{i,n-1}(t) \text{ if } t_{n-1} \leq t \leq t_n \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, n_j \quad (4.1)$$

où n est le nombre de noeuds et n_j est le nombre d'articulations. $\varphi_{i,1}(t), \dots, \varphi_{i,n-1}(t)$ sont des polynômes d'ordre 3 définis par :

$$\varphi_{i,k}(t) = \sum_{j=0}^3 a_{i,k}^j (t - t_k)^j, \text{ pour } t \in [t_k, t_{k+1}], \quad k = 1, \dots, n - 1 \quad (4.2)$$

Dans notre cas, nous allons fixer les positions et vitesses articulaires en début et fin de pas ainsi que les positions au milieu du pas. Nous allons donc définir des splines cubiques avec un unique point de passage. Sachant que notre robot en phase de simple appui pied à plat possède 6 degrés de liberté, il est nécessaire de déterminer 30 coefficients. Cependant le caractère cyclique des trajectoires de marche considérées va nous permettre de déterminer les vitesses articulaires en début de phase de simple appui en fonction des vitesses articulaires en fin de phase de simple appui en résolvant l'équation d'impact présentée dans la section 3.7. De même, le caractère cyclique de la marche permet de déterminer les angles articulaires en début de pas en fonction des angles articulaires en fin de pas par une simple matrice de permutation telle que :

$$\mathbf{q}(0) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{q}(T) \quad (4.3)$$

où $\mathbf{q} = [q_1, q_2, q_3, q_4, q_5]^t$ et T est la durée du pas.

Afin d'assurer que le robot soit bien en double appui pied à plat à la fin du pas, nous calculons les variables articulaires q_1, q_2, q_3, q_4 à l'aide du modèle géométrique inverse du robot.

Ainsi, le calcul des trajectoires articulaires pour l'allure 1 nécessite de connaître la position de la hanche en début et en fin de pas x_h, y_h , la longueur du pas d , l'orientation du tronc en fin de pas $q_5(T)$, les vitesses articulaires en fin de pas $\dot{\mathbf{q}}(T)$ et les positions intermédiaires $\mathbf{q}(\frac{T}{2})$. Le nombre de variables d'optimisation nécessaires pour générer une marche constituée uniquement de phases de simple appui séparées par des impacts impulsionnels est de 16.

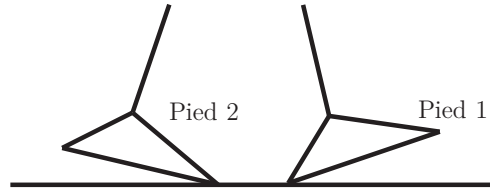


Figure 4.5: – Position des pieds en phase de double appui

4.4 Optimisation de trajectoires de marche de type 2

Les trajectoires de type 2 sont constituées de phases de simple appui et de phases de double appui séparées par des impacts impulsionnels. Dans ce cas les trajectoires articulaires seront décrites par deux fonctions différentes. La phase de simple appui est très proche de la phase de simple appui de l'allure 1. Le pied d'appui est en contact à plat avec le sol durant toute la phase. Cependant, le contact du pied de transfert à la fin du pas ne s'effectue pas à plat mais sur le talon. Durant la phase de double appui, les deux pieds sont en contact avec le sol. Le pied en avant, qui était précédemment en phase de transfert, tourne autour du talon pour atteindre un contact pied à plat à la fin de la phase de double appui. Le pied en arrière, qui était précédemment à plat sur le sol, tourne autour de son arête frontale.

Pour la phase de double appui (voir figure 4.5), nous décrivons les trajectoires articulaires par des polynômes d'ordre 3. Ainsi, nous pourrions fixer les positions et vitesses en début et fin de phase de double appui :

$$\begin{cases} \mathbf{q}_{ds}(t) = \mathbf{a}_{0_{ds}} + \mathbf{a}_{1_{ds}}t + \mathbf{a}_{2_{ds}}t^2 + \mathbf{a}_{3_{ds}}t^3 \\ \dot{\mathbf{q}}_{ds}(t) = \mathbf{a}_{1_{ds}} + 2\mathbf{a}_{2_{ds}}t + 3\mathbf{a}_{3_{ds}}t^2 \\ \ddot{\mathbf{q}}_{ds}(t) = 2\mathbf{a}_{2_{ds}} + 6\mathbf{a}_{3_{ds}}t \end{cases} \quad (4.4)$$

Pour la phase de simple appui nous choisissons de décrire l'évolution des variables articulaires par des splines cubiques avec un point de passage de même que pour l'allure 1.

Pour la phase de double appui, il est nécessaire de déterminer 28 coefficients pour décrire les trajectoires articulaires :

- 7 positions initiales $\mathbf{q}_{ds}(0)$.
- 7 positions finales $\mathbf{q}_{ds}(T_{ds})$.
- 7 vitesses initiales $\dot{\mathbf{q}}_{ds}(0)$.
- 7 vitesses finales $\dot{\mathbf{q}}_{ds}(T_{ds})$.

où $\mathbf{q}_{ds} = [q_{p1}, q_{p2}, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5]^t$ et T_{ds} correspond à la durée de la phase de double appui. Pour la phase de simple appui, il est nécessaire de déterminer 35 coefficients pour décrire les trajectoires articulaires :

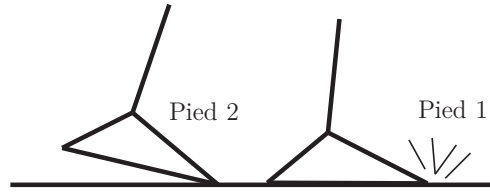


Figure 4.6: – Impact en fin de phase de double appui.

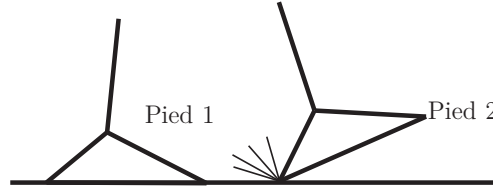


Figure 4.7: – Impact en fin de phase de simple appui.

- 6 positions initiales $\mathbf{q}_{ss}(T_{ds})$.
- 6 positions finales $\mathbf{q}_{ss}(T_{ds} + T_{ss})$.
- 6 positions intermédiaires $\mathbf{q}_{ss}(T_{ds} + \frac{T_{ss}}{2})$.
- 6 vitesses initiales $\dot{\mathbf{q}}_{ss}(T_{ds})$.
- 6 vitesses finales $\dot{\mathbf{q}}_{ss}(T_{ds} + T_{ss})$.

où $\mathbf{q}_{ss} = [q_{p2}, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5]^t$, le pied 1 étant à plat au sol tout au long de la phase de simple appui. T_{ss} correspond à la durée de la phase de simple appui.

Cependant, de même que pour l'allure 1, le nombre de variables d'optimisation peut être réduit en tenant compte du caractère cyclique de la marche ainsi que de la continuité entre les phases.

En effet, la continuité entre la phase de double appui et la phase de simple appui ainsi que la résolution du modèle d'impact (voir figure 4.6) entre ces deux phases nous permet de déterminer :

$$\begin{aligned}\mathbf{q}_{ss}(T_{ds}) &= \mathbf{q}_{ds(2:7)}(T_{ds}) \\ \dot{\mathbf{q}}_{ss}(T_{ds}) &= f_1(\mathbf{q}_{ds(2:7)}(T_{ds}), \dot{\mathbf{q}}_{ds(2:7)}(T_{ds}))\end{aligned}$$

Le caractère cyclique de la trajectoire, ainsi que la résolution du modèle d'impact entre la fin de la phase de simple appui et le début de la phase de double appui (voir figure 4.7) nous permet de déterminer :

$$\begin{aligned}\mathbf{q}_{ds}(0) &= E [0, \mathbf{q}_{ss}(T_{ds} + T_{ss})] \\ \dot{\mathbf{q}}_{ds}(0) &= f_2(\mathbf{q}_{ss}(T_{ds} + T_{ss}), \dot{\mathbf{q}}_{ss}(T_{ds} + T_{ss}))\end{aligned}$$

où \mathbf{E} est la matrice de permutation des jambes telle que :

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

De plus, sachant que le robot est en contact sur le sol avec les deux pieds à une distance d entre les pieds à la fin de la phase de simple appui, ainsi qu'à la fin de la phase de double appui, il est possible de déterminer deux angles articulaires pour $\mathbf{q}_{ss}(T_{ds})$ et $\mathbf{q}_{ds}(T_{ds})$ en fonction des autres. Enfin, le pied d'appui étant toujours à plat en fin de phase de double appui, cette orientation ne fera pas partie des paramètres d'optimisation. A ce jeu de paramètres s'ajouteront 3 variables qui correspondent aux coefficients du polynôme de degré 2 qui sert à définir la composante tangentielle de la réaction du sol sur le pied en arrière durant la phase de double appui (R_{2x}).

Ainsi, le nombre de paramètres nécessaires pour générer une trajectoire de type 2 est de 30 paramètres. Ces paramètres comprennent :

- 4 positions en fin de phase de double appui.
- 5 vitesses en fin de phase de double appui.
- 4 positions en fin de phase de simple appui.
- 6 vitesses en fin de phase de simple appui.
- 6 positions au milieu de la phase de simple appui.
- 3 coefficients pour le calcul de R_{2x} .
- La longueur du pas.
- La durée de la phase de double appui.

4.5 Optimisation de trajectoires de marche de type 3

L'allure de marche de type 3 est composée de 3 phases. Une phase de double appui où le pied avant et le pied arrière tournent respectivement autour du talon et de l'arête frontale. Une phase de simple appui pied à plat et une phase de simple appui sous-actionnée où le pied d'appui tourne autour de son arête frontale. Pour décrire ces 3 phases nous allons utiliser uniquement des polynômes. Pour la phase de double appui, nous décrirons les trajectoires articulaires à l'aide de polynômes d'ordre 3 :

$$\begin{cases} \mathbf{q}_{ds}(t) = \mathbf{a}_{0_{ds}} + \mathbf{a}_{1_{ds}}t + \mathbf{a}_{2_{ds}}t^2 + \mathbf{a}_{3_{ds}}t^3 \\ \dot{\mathbf{q}}_{ds}(t) = \mathbf{a}_{1_{ds}} + 2\mathbf{a}_{2_{ds}}t + 3\mathbf{a}_{3_{ds}}t^2 \\ \ddot{\mathbf{q}}_{ds}(t) = 2\mathbf{a}_{2_{ds}} + 6\mathbf{a}_{3_{ds}}t \end{cases} \quad (4.6)$$

Ce qui nous permet de fixer :

- 7 positions initiales $\mathbf{q}_{ds}(0)$.
- 7 positions finales $\mathbf{q}_{ds}(T_{ds})$.
- 7 vitesses initiales $\dot{\mathbf{q}}_{ds}(0)$.
- 7 vitesses finales $\dot{\mathbf{q}}_{ds}(T_{ds})$.

Pour la phase de simple appui pied à plat, nous utiliserons aussi des polynômes d'ordre 3 :

$$\begin{cases} \mathbf{q}_{ss}(t) = \mathbf{a}_{0ss} + \mathbf{a}_{1ss}(t - T_{ds}) + \mathbf{a}_{2ss}(t - T_{ds})^2 + \mathbf{a}_{3ss}(t - T_{ds})^3 \\ \dot{\mathbf{q}}_{ss}(t) = \mathbf{a}_{1ss} + 2 \mathbf{a}_{2ss}(t - T_{ds}) + 3 \mathbf{a}_{3ss}(t - T_{ds})^2 \\ \ddot{\mathbf{q}}_{ss}(t) = 2\mathbf{a}_{2ss} + 6 \mathbf{a}_{3ss}(t - T_{ds}) \end{cases} \quad (4.7)$$

Obtenus à l'aide de :

- 6 positions initiales $\mathbf{q}_{ss}(T_{ds})$.
- 6 positions finales $\mathbf{q}_{ss}(T_{ds} + T_{ss})$.
- 6 vitesses initiales $\dot{\mathbf{q}}_{ss}(T_{ds})$.
- 6 vitesses finales $\dot{\mathbf{q}}_{ss}(T_{ds} + T_{ss})$.

Comme nous l'avons vu dans le chapitre 3, lors de la phase de simple appui sous-actionnée, les trajectoires articulaires sont définies en fonction d'une variable $s \in [0, 1]$. Nous décrivons ces trajectoires par des polynômes d'ordre 4 :

$$\begin{cases} \mathbf{q}_{rot}(s) = \mathbf{a}_{0rot} + \mathbf{a}_{1rot}s + \mathbf{a}_{2rot}s^2 + \mathbf{a}_{3rot}s^3 + \mathbf{a}_{4rot}s^4 \\ \frac{\partial \mathbf{q}_{rot}(s)}{\partial s} = \mathbf{a}_{1rot} + 2 \mathbf{a}_{2rot}s + 3 \mathbf{a}_{3rot}s^2 + 4 \mathbf{a}_{4rot}s^3 \\ \frac{\partial^2 \mathbf{q}_{rot}(s)}{\partial s^2} = 2 \mathbf{a}_{2rot} + 6 \mathbf{a}_{3rot}s + 12 \mathbf{a}_{4rot}s^2 \end{cases} \quad (4.8)$$

Ce qui nous permet de fixer :

- 7 positions initiales $\mathbf{q}_{rot}(T_{ds} + T_{ss})$.
- 7 positions intermédiaires $\mathbf{q}_{rot}(T_{ds} + T_{ss} + \frac{T_{rot}}{2})$.
- 7 positions finales $\mathbf{q}_{rot}(T_{ds} + T_{ss} + T_{rot})$.
- 7 vitesses initiales $\frac{\partial \mathbf{q}_{rot}(s=0)}{\partial s}$.
- 7 vitesses finales $\frac{\partial \mathbf{q}_{rot}(s=1)}{\partial s}$.

On notera que les vitesses que nous fixons ne sont pas les vitesses articulaires réelles du robot mais les dérivées des vitesses par rapport à la variable s que nous utilisons pour décrire la trajectoire de simple appui sous-actionnée. En effet, il n'est pas possible de déterminer les vitesses articulaires réelles du robot avant d'avoir calculé toute la trajectoire, sachant que nous calculons les trajectoires articulaires non pas en fonction du temps mais en fonction de la variable s .

De même que dans les deux types de trajectoires précédentes, nous allons prendre en compte le caractère cyclique de la marche et la continuité entre les différentes phases de cette allure de marche. Par résolution du modèle d'impact entre la phase de double appui et la phase de simple appui, ainsi qu'en tenant compte de la continuité entre ces deux phases, nous obtenons :

$$\begin{aligned}\mathbf{q}_{ss}(T_{ds}) &= \mathbf{q}_{ds(2:7)}(T_{ds}) \\ \dot{\mathbf{q}}_{ss}(T_{ds}) &= f_1(\mathbf{q}_{ds(2:7)}(T_{ds}), \dot{\mathbf{q}}_{ds(2:7)}(T_{ds}))\end{aligned}$$

Aucun impact n'apparaît entre la phase de simple appui pied à plat et la phase de simple appui sous-actionnée. Il y a donc continuité en position et vitesse entre ces deux sous-phases. Cette propriété nous donne :

$$\begin{aligned}\mathbf{q}_{rot}(s=0) &= [0, \mathbf{q}_{ss}(T_{ds} + T_{ss})] \\ \frac{\partial \mathbf{q}_{rot}(s=0)}{\partial s} &= \left[0, \frac{\dot{\mathbf{q}}_{ss}(T_{ds} + T_{ss})}{\dot{s}(0)} \right]\end{aligned}$$

où $\frac{\partial \mathbf{q}_{rot}(1)}{\partial s}$ sera donnée comme variable d'optimisation.

Enfin, la résolution de l'impact en fin de phase de simple appui sous-actionnée ainsi que l'inversion du rôle des jambes entre la phase de simple appui sous-actionnée et le début de la phase de double appui nous donne :

$$\begin{aligned}\mathbf{q}_{ds}(0) &= \mathbf{E}\mathbf{q}_{rot}(T_{ds} + T_{ss} + T_{rot}) \\ \dot{\mathbf{q}}_{ds}(0) &= f_2(\mathbf{q}_{rot}(T_{ds} + T_{ss} + T_{rot}), \frac{\partial \mathbf{q}_{rot}(s=1)}{\partial s} \dot{s}(s=1))\end{aligned}$$

La matrice de permutation \mathbf{E} 4.5, est identique à la matrice utilisée dans l'allure de type 2. $\dot{s}(1)$ sera obtenu en calculant en premier lieu l'évolution de s dans la fonction à optimiser. Enfin, la résolution du modèle géométrique inverse en phase de double appui va nous permettre de calculer 2 variables de $\mathbf{q}_{rot}(T_{ds} + T_{ss} + T_{rot})$ et de $\mathbf{q}_{ds}(T_{ds})$.

De même que dans l'allure de type 2, nous devons ajouter à ce jeu de paramètres 3 coefficients pour le calcul de la composante tangentielle de la réaction du sol sur le pied en arrière durant la phase de double appui R_{2x} .

Ainsi, le nombre de variables d'optimisation nécessaires pour décrire une trajectoire de type 3 est de 47 paramètres qui comprennent :

- 4 positions en fin de phase de double appui.
- 6 positions en fin de phase de simple appui pied à plat.
- 5 positions en fin de phase de simple appui sous-actionnée.
- 5 vitesses en fin de phase de double appui.
- 6 vitesses en fin de phase de simple appui pied à plat.
- 7 vitesses en fin de phase de simple appui pied à plat sous-actionnée ($\frac{\partial \mathbf{q}_{rot}(1)}{\partial s}$).
- 3 coefficients pour le calcul de R_{2x} .
- La longueur du pas.
- La durée de la phase de double appui.
- La durée de la phase de simple appui pied à plat.
- La dérivée de la fonction s en début de phase de simple appui sous-actionnée.
- 7 positions au milieu de la phase de simple appui sous-actionnée.

	nombre de phases	nombre d'impacts	fonctions utilisées	nombre de coefficients	nombre de paramètres
allure 1	1	1	splines	30	16
allure 2	2	2	polynômes d'ordre 3 + splines	63	30
allure 3	3	2	polynômes d'ordre 3 + polynômes d'ordre 4	87	47

Tableau 4.1: – Résumé des caractéristiques des différentes allures

4.6 Modèle géométrique inverse du robot

Durant la phase de double appui, il est nécessaire de déterminer une trajectoire articulaire qui assure le contact des deux pieds au sol. Pour cela, nous résolvons le modèle géométrique inverse qui donne la position de la pointe du pied arrière par rapport au talon du pied avant. Cette résolution nous donnera l'évolution de 2 des articulations telles que le robot soit en double appui avec une distance d constante entre les deux pieds.

Nous avons choisi de déterminer l'orientation du tibia et du fémur de la jambe arrière en fonction des autres angles des jambes et de la distance entre les pieds. Dans le cas du robot utilisant des genoux de type pivot, il est possible de résoudre ce modèle géométrique inverse analytiquement. Dans le cas du robot utilisant des genoux de type 4-barres, les angles des corps du mécanisme à 4-barres dépendent de l'orientation du fémur et du tibia. Dans ce cas, la détermination du modèle géométrique inverse analytiquement s'avère impossible. Cependant, il est possible de résoudre le modèle géométrique inverse en double support numériquement.

On notera qu'il est possible dans le cas du robot équipé d'articulations à 4-barres de résoudre le modèle géométrique en double support formellement, en utilisant comme inconnues les angles des deux pieds. La solution pour le robot à genoux 4-barres est donnée en annexe C.

4.7 Problème d'optimisation paramétrique

Dans l'objectif de tester la possibilité de réaliser des trajectoires de marche réaliste avec un robot bipède équipé d'articulations à 4-barres aux genoux, nous allons réaliser un ensemble de trajectoires de marche optimales pour les différentes allures que nous avons présentées précédemment. Ces allures, dont nous rappelons les caractéristiques dans le tableau 4.1,

peuvent être déterminées à l'aide d'un ensemble fini de paramètres. Nous allons donc définir un processus d'optimisation paramétrique pour chaque type de trajectoire. De plus, afin de vérifier que les trajectoires obtenues sont physiquement réalisables nous allons proposer un ensemble de contraintes non-linéaires.

Le problème à résoudre est du type :

$$\min C_{\Gamma}(\mathbf{P})$$

$$\mathbf{A} \mathbf{P} \leq 0$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{P}) \leq 0$$

Ce type de problème peut être résolu à l'aide d'un algorithme de type SQP (Sequential Quadratic Programming) [Bobrow *et al.*, 2006]. Dans cette étude nous avons utilisé l'algorithme *fmincon* de Matlab ©[Gill *et al.*, 1981]. Cet algorithme d'optimisation locale permet de résoudre un problème d'optimisation sous contrainte à l'aide d'une méthode par gradient. Dans le cas où le gradient de la fonction de coût n'est pas connu, le gradient est alors estimé. Cette fonction d'optimisation étant basée sur une méthode d'optimisation locale, il est nécessaire de tester plusieurs jeux de paramètres initiaux pour évaluer le caractère globale de la solution obtenue.

On peut noter que d'autres algorithmes auraient pu être envisagés, tels que des algorithmes d'optimisation globale sans contraintes basés sur la méthode du simplex, ou encore des méthodes d'optimisations génétiques. Ce type de méthode nécessite de prendre en compte les contraintes sous forme de fonctions pondérées dans le critère.

4.7.1 Critère

4.7.1.1 Choix d'un critère d'optimisation

On peut trouver de nombreux critères d'optimisation pour la génération de trajectoires de marche dans la littérature. En fonction de l'application souhaitée le choix du critère est déterminant. Ainsi, on peut distinguer plusieurs applications majeures telles que la recherche d'une trajectoire la plus proche possible d'une trajectoire humaine mesurée lors d'un processus de capture de mouvements [Suleiman *et al.*, 2008].

Dans notre cas, l'objectif est de valider notre choix d'articulation du genou en comparant la consommation d'énergie du robot bipède équipé d'articulations à 4-barres au genou à celle d'un robot possédant des genoux classiques. Le critère d'optimisation doit donc porter sur la consommation énergétique. Il existe plusieurs critères portant sur la consommation énergétique comme on peut le voir dans [Chevallereau *et al.*, 2009].

Un premier critère porte sur la norme de couple :

$$C_{\Gamma} = \frac{1}{d} \int_0^T \mathbf{\Gamma}(\gamma)^t \mathbf{\Gamma}(\gamma) d\gamma \quad (4.9)$$

où d correspond à la longueur du pas, T à la durée du pas et $\mathbf{\Gamma}$ à l'ensemble des couples articulaires. Dans le cas d'un actionnement électrique, ce critère est proportionnel aux pertes par effet Joule dans les moteurs. Le critère obtenu minimisera donc les courants, ainsi que l'échauffement au niveau des moteurs, ce qui peut s'avérer intéressant afin d'augmenter la durée de vie du robot.

Un autre critère, porte sur l'énergie mécanique dépensée par le robot durant la marche :

$$C_w = \frac{1}{d} \int_0^T |\mathbf{\Gamma}(\gamma)^t \dot{\mathbf{\Theta}}(\gamma)| d\gamma \quad (4.10)$$

où $\dot{\mathbf{\Theta}}$ est le vecteur des vitesses relatives entre les corps. Ce critère, qui s'avère plus proche de l'énergie consommée par le robot, peut cependant poser différents problèmes. D'une part, ce critère ne peut pas prendre en compte une possible récupération d'énergie dans le cas où un actionneur serait dans une phase générateur ($\Gamma_i < 0$ et $\theta_i > 0$ ou $\Gamma_i > 0$ et $\theta_i < 0$). D'autre part, pour certaines trajectoires, il est possible qu'une articulation n'ait pas de mouvement sans pour autant que le couple sur cette articulation soit nul. Dans ce cas le critère C_w ne tiendra pas compte de cette dépense énergétique.

Dans la suite, nous utiliserons le critère C_Γ sur la norme des couples pour générer les trajectoires de marche optimales.

4.7.1.2 Cas particuliers durant une phase de simple appui sous-actionnée

Durant la phase de simple appui sous-actionnée de l'allure de type 3, la durée de la phase ne peut pas être fixée à l'avance. Cependant, nous souhaitons réaliser des trajectoires de marche dont on peut fixer la vitesse. Il est possible de calculer la durée de la phase une fois la trajectoire de marche générée. Il sera donc nécessaire de vérifier que cette durée est compatible avec la vitesse souhaitée de déplacement. Comme nous l'avons vu dans la partie 4.5, la durée de la phase de double appui T_{ds} , et la durée de la phase de simple appui pied à plat T_{ss} , font partie des paramètres d'optimisation. Si l'on détermine la durée de la phase de simple appui avec rotation du pied autour de son arête frontale T_{rot} nous pourrions alors déterminer la vitesse de déplacement du robot :

$$v = \frac{d}{T_{ds} + T_{ss} + T_{rot}} \quad (4.11)$$

Cette vitesse peut alors être comparée à la consigne en vitesse v_c . Afin d'assurer que $v = v_c$, il est possible de poser une contrainte égalité dans le problème d'optimisation. Cependant ce type de contrainte peut s'avérer problématique lors de l'optimisation. Une autre solution consiste à ajouter une fonction pondérée dans le critère d'optimisation telle que :

$$C_\Gamma = \frac{1}{d} \int_0^T \mathbf{\Gamma}(\gamma)^t \mathbf{\Gamma}(\gamma) d\gamma + 10^5 (v - v_c)^2 \quad (4.12)$$

Il sera alors possible de déterminer des trajectoires de marche de type 3, tout en fixant la vitesse de déplacement.

4.7.2 Contraintes

Afin d'assurer que les trajectoires de marche obtenues sont physiquement réalisables nous allons définir un ensemble de contraintes pour l'algorithme d'optimisation. Ces contraintes peuvent être classées en deux groupes : les contraintes dynamiques portant sur le ZMP, la réaction du sol, et les contraintes technologiques qui dépendent de la construction du robot bipède. Nous allons lister dans la suite ces différentes contraintes dont nous donnerons une expression utilisable par l'algorithme d'optimisation.

4.7.2.1 Contraintes dynamiques

Les contraintes dynamiques portent pour la plupart sur le contact des pieds avec le sol. Durant les différentes phases de la marche, il est nécessaire de déterminer si les trajectoires calculées respectent un ensemble de contraintes assurant un contact fixe avec le sol.

Ainsi, durant chaque phase nous devons nous assurer qu'aucun pied se trouvant en contact avec le sol ne glisse ou ne décolle. Pour cela nous définissons un cône de frottement entre le pied et le sol qui dépend du coefficient de friction entre les deux surfaces [Chevalier, 2004]. Le non-glissement du pied sur le sol sera alors assuré si :

$$R_x \leq f R_y$$

où R_x et R_y sont les composantes tangentielle et normale de la réaction du sol sur le pied en contact. De plus, nous devons nous assurer qu'il n'y ait pas de décollement du pied d'appui en phase de simple appui ni d'aucun des pieds en phase de double appui. Ainsi, nous définirons la contrainte :

$$R_y \geq 0$$

Ces deux équations peuvent alors être reformulées, pour s'intégrer dans l'algorithme d'optimisation, par :

$$\begin{cases} -f R_y - R_x \leq 0 \\ -f R_y + R_x \leq 0 \end{cases} \quad (4.13)$$

Durant la phase de simple appui pied à plat, le robot est en contact sur toute la surface du pied d'appui. Il est donc nécessaire d'assurer qu'il n'y ait pas de rotation du pied autour d'une de ses arêtes. Pour cela nous définissons une contrainte sur la position du ZMP. Ainsi le ZMP doit être contenu dans le polygone de sustentation, qui correspond à la surface du pied durant la phase de simple appui. Nous définissons donc la contrainte :

$$\begin{cases} l_{ZMP} - L_p + l_p \leq 0 \\ -l_{ZMP} - l_p \leq 0 \end{cases} \quad (4.14)$$

où l_{ZMP} est la position du ZMP dont le calcul est donné dans la section 3.4, l_p correspond à la distance entre le talon et la cheville et L_p est la longueur du pied.

En plus de ces contraintes durant les différentes phases de la marche, nous devons ajouter un ensemble de contraintes sur le comportement du robot aux instants des impacts

impulsionnels. Ainsi, de même que durant les phases de marche, il est nécessaire que les solutions des modèles d'impacts obtenus soit compatibles avec un mouvement normal. Nous posons donc une contrainte sur les impulsions de la réaction du sol aux instants des impacts pour assurer un non-décollement et un non-glissement du ou des pieds d'appui :

$$\begin{cases} -f I_{R_y} - I_{R_x} \leq 0 \\ -f I_{R_y} + I_{R_x} \leq 0 \end{cases} \quad (4.15)$$

ainsi qu'une contrainte sur la position du ZMP à l'instant de l'impact identique à la contrainte 4.14. Sachant que la position du ZMP est donnée au moment de l'impact par :

$$l_{ZMP} = \frac{-H_p I_{R_x}}{I_{R_y}}; \quad (4.16)$$

où I_{R_x} et I_{R_y} sont les forces et moments de la réaction du sol calculés à l'instant de l'impact.

Enfin, pour assurer que les solutions du modèle d'impact sont valides, il est nécessaire de vérifier que les vitesses du pied de transfert sont positives. Ainsi, au début de la phase de double appui le pied de transfert voit son talon décoller et au début de la phase de simple appui c'est la pointe du pied de transfert qui décolle. Pour une marche constituée uniquement de phases de simple appui, les deux arêtes décollent juste après l'impact. Si l'on note V_{t_y} et V_{p_y} les composantes normales des vitesses du talon et de la pointe du pied de transfert on posera les contraintes suivantes en fonction du type d'allure de marche souhaité :

$$\begin{cases} -V_{t_y} \leq 0 \\ -V_{p_y} \leq 0 \end{cases} \quad (4.17)$$

4.7.2.2 Contraintes technologiques

D'autres contraintes peuvent être prises en compte au cours du processus d'optimisation afin de garantir que les trajectoires de marche respectent les caractéristiques techniques du robot. Nous ajouterons donc aux précédentes contraintes des limitations en couples et en vitesses articulaires qui correspondent aux caractéristiques des actionneurs utilisés :

$$\begin{cases} |\mathbf{\Gamma}| - \mathbf{\Gamma}_{max} \leq 0 \\ |\dot{\mathbf{\Theta}}| - \mathbf{vit}_{max} \leq 0 \end{cases} \quad (4.18)$$

ici $\mathbf{\Gamma}_{max}$ et \mathbf{vit}_{max} sont l'ensemble des couples et vitesses maximaux admissibles par les actionneurs du robot donnés dans le tableau 4.2.

De plus, nous devons tenir compte de limites dans le débattement articulaire, notamment au niveau du genou, pour ne pas obtenir de mouvement de marche avec un retournement de l'articulation. On posera donc les contraintes :

$$\begin{cases} \Theta_{min} - \Theta \leq 0 \\ \Theta - \Theta_{max} \leq 0 \end{cases} \quad (4.19)$$

Enfin, nous posons une dernière contrainte pour assurer que le pied en transfert n'entre pas en contact avec le sol, avant la fin du pas :

$$\begin{cases} -y_{talon} \leq 0 \\ -y_{pointe} \leq 0 \end{cases} \quad (4.20)$$

	$V_{max}(rad.s^{-1})$	$\Gamma_{max}(N.m)$
Cheville	4.3	157
Genou	7	108
Hanche	2.7	150

Tableau 4.2: – Caractéristiques des actionneurs du robot Hydroid

4.7.2.3 Contraintes spécifiques à la marche sous-actionnée.

Dans le cas de la phase de simple appui avec rotation du pied autour de son arête frontale, nous devons ajouter un ensemble de contraintes, pour assurer que les différentes fonctions utilisées dans la génération de cette sous-phase soient valides. Ainsi, on ajoutera deux contraintes :

$$\begin{cases} 2 \max(V) - (I(0)\dot{s}(0))^2 \leq 0 \\ I(s) \leq 0 \end{cases} \quad (4.21)$$

4.8 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre une méthode de génération de trajectoires de marche optimales pour différentes allures par optimisation paramétrique. Nous allons générer pour ces différents types de marche, pour un robot bipède équipé pour le genou d'une articulation 4-barres ou d'une articulation pivot, un ensemble de trajectoires de marche optimales pour différentes vitesses. Ainsi, nous pourrions comparer la consommation énergétique des deux systèmes ainsi que les différents effets engendrés par l'utilisation d'articulations à 4-barres.

Chapitre 5

Études énergétiques pour différentes allures

Sommaire

5.1	Introduction	67
5.2	Simulation de marche de type 1	68
5.3	Simulation de marche de type 2	79
5.4	Simulation de marche de type 3	93
5.5	Utilisation de ressorts aux genoux	98
5.6	Conclusion	102

5.1 Introduction

Ce chapitre a pour objectif de comparer les performances au cours de la marche d'un robot humanoïde en fonction du type d'articulation de genou utilisé. Nous avons généré des mouvements de marche cyclique optimale pour les différentes allures de type 1, 2 et 3. Nous avons donc obtenu un ensemble de trajectoires de marche à énergie minimale, sur une plage de vitesses allant de 1.4 km/h à 2.9 km/h , et ce pour un robot utilisant des articulations de type pivot aux genoux et des articulations de type 4-barres aux genoux. Nous allons donc pouvoir comparer pour les deux types d'articulations de genoux, ainsi que pour les différents types de mouvements de marche cyclique, les avantages et inconvénients des deux types d'articulations du genou.

Dans la dernière partie, nous présenterons une étude cherchant à améliorer les performances d'un genou à 4-barres par l'ajout de ressorts sur l'articulation. En effet, l'utilisation de ressorts permettant un stockage et une restitution d'énergie durant la marche, nous avons cherché à quantifier leur impact sur la consommation énergétique en utilisant des genoux de type 4-barres.

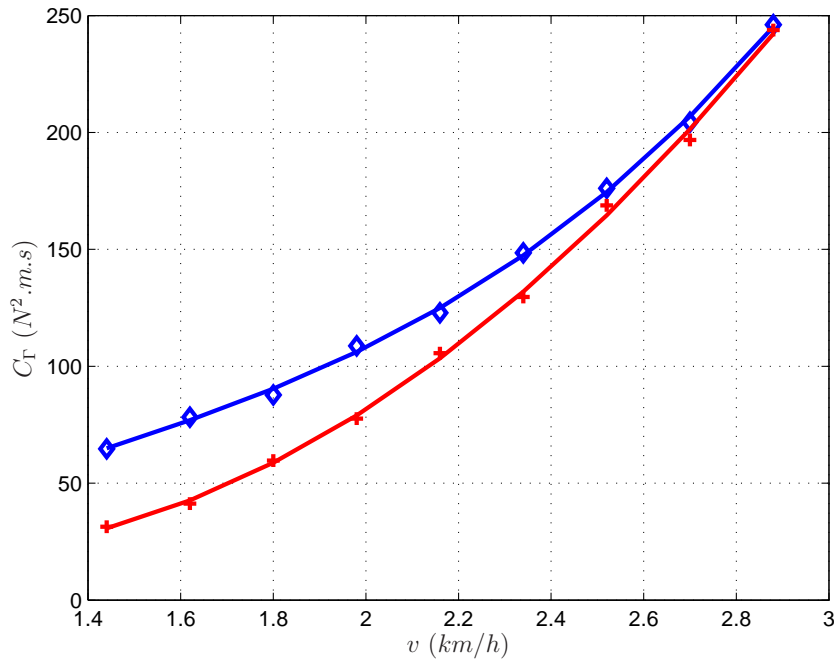
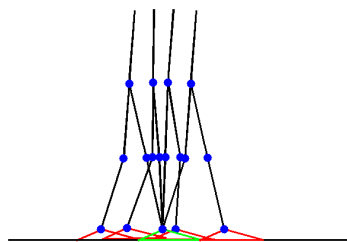


Figure 5.1: – Évolution de la consommation énergétique en fonction de la vitesse de marche. En bleu : robot avec genoux pivots, en rouge : robot avec genoux à 4-barres.

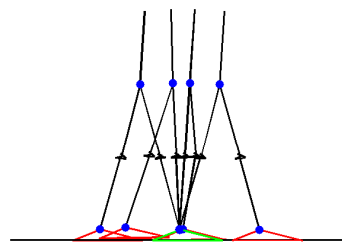
5.2 Simulation de marche de type 1

Comme nous l'avons vu dans le chapitre 4, le premier type d'allure que nous avons étudié est le type de marche le plus simple, uniquement composé de phases de simple appui séparées par des impacts impulsionnels. Nous avons réalisé, à l'aide de la méthode présentée, un ensemble de trajectoires de marche pour différentes vitesses. Ainsi, nous avons pu tracer sur la figure 5.1, la consommation énergétique du robot en fonction de la vitesse de marche en utilisant des genoux classiques de type pivot et des genoux de type 4-barres. On peut voir sur cette figure que le robot équipé d'articulations à 4-barres possède une consommation d'énergie plus faible que le robot qui utilise des genoux de type pivot pour une vitesse de marche inférieure à 2.9 km/h . Au delà de cette vitesse, pour ce type de marche, des problèmes de convergence apparaissent dans l'algorithme d'optimisation. Ces difficultés étant dues principalement aux contraintes en vitesse sur les actionneurs, et notamment dans le cas du robot utilisant des articulations à 4-barres, pour lequel les vitesses articulaires atteintes sont plus importantes que pour le robot à articulations pivots aux genoux.

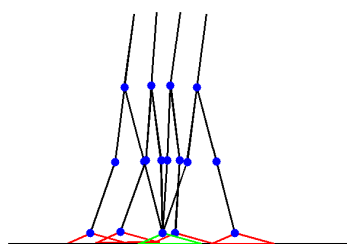
Les figures 5.2, 5.3 et 5.4 présentent pour les deux solutions d'articulations de genoux un exemple de trajectoires de marche pour des vitesses de marche de 1.4 km/h , 2.2 km/h , 2.9 km/h respectivement. On peut constater que la longueur des pas est plus importante



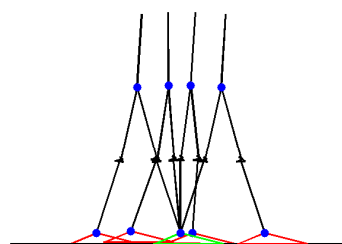
(a) Robot avec genoux pivots



(b) Robot avec genoux 4-barres

Figure 5.2: – Marche de type 1 pour une vitesse de marche de 1.4 km/h 

(a) Robot avec genoux pivots



(b) Robot avec genoux 4-barres

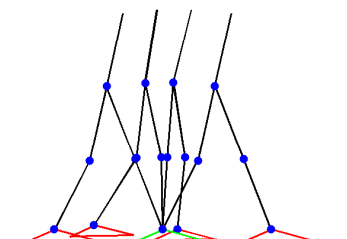
Figure 5.3: – Marche de type 1 pour une vitesse de marche de 2.2 km/h

dans le cas du robot à articulation à 4-barres.

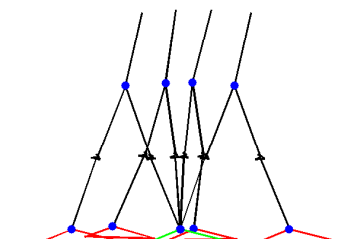
Cette observation se confirme sur la figure 5.5 qui présente l'évolution de la durée de la phase de simple appui en fonction de la vitesse de marche (T_{ss} est une variable d'optimisation). En effet, on peut constater que pour les vitesses inférieures à 2.5 km/h la durée de la phase de simple appui pour le robot à genoux de type 4-barres est inférieure à celle du robot utilisant des genoux pivots. La vitesse étant fixée comme une consigne, la distance du pas est donc plus importante.

Les figures 5.6, 5.7 et 5.8 présentent l'évolution de l'ensemble des variables articulaires actionnées pour les deux solutions d'articulations de genoux pour des vitesses de marche de 1.4 km/h , 2.2 km/h , 2.9 km/h respectivement. On peut observer sur ces résultats que pour les deux solutions d'articulations de genoux, les contraintes sur les butées articulaires sont vérifiées.

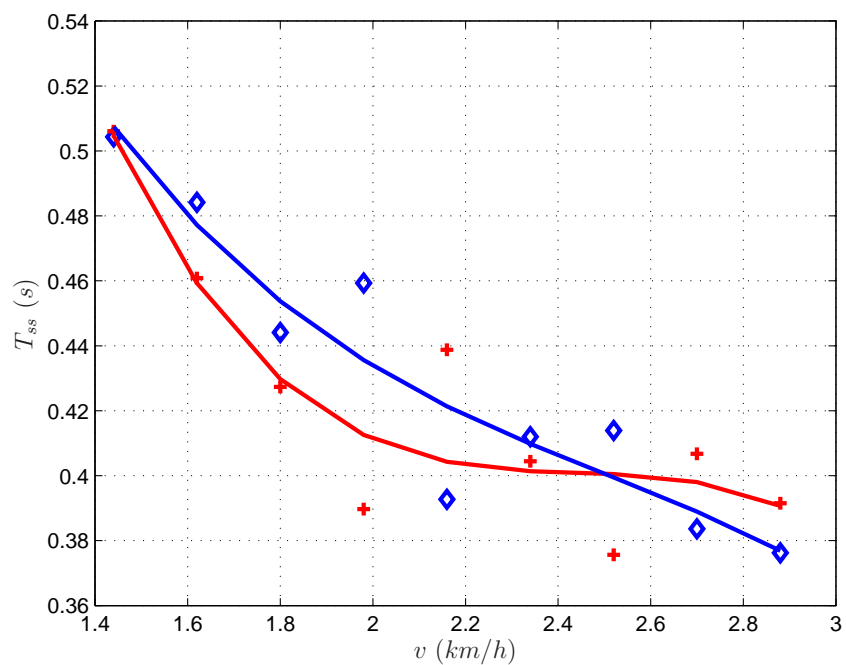
Les figures 5.9, 5.10 et 5.11 présentent l'ensemble des vitesses articulaires actionnées pour



(a) Robot avec genoux pivots



(b) Robot avec genoux 4-barres

Figure 5.4: – Marche de type 1 pour une vitesse de marche de 2.9 km/h **Figure 5.5:** – Évolution de la durée du pas en fonction de la vitesse de marche. En bleu : robot à genou pivot, en rouge : robot à genou 4-barres.

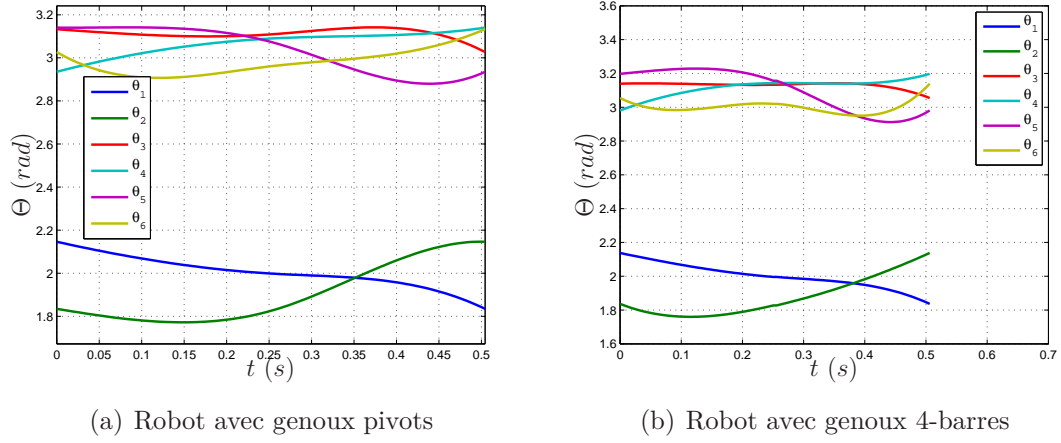


Figure 5.6: – Évolution des variables articulaires actionnées pour une vitesse de marche de 1.4 km/h

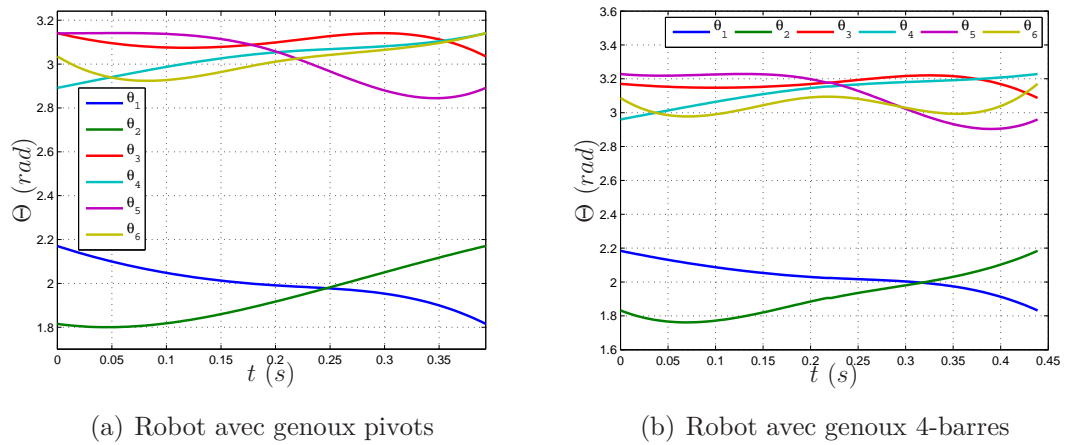


Figure 5.7: – Évolution des variables articulaires actionnées pour une vitesse de marche de 2.2 km/h

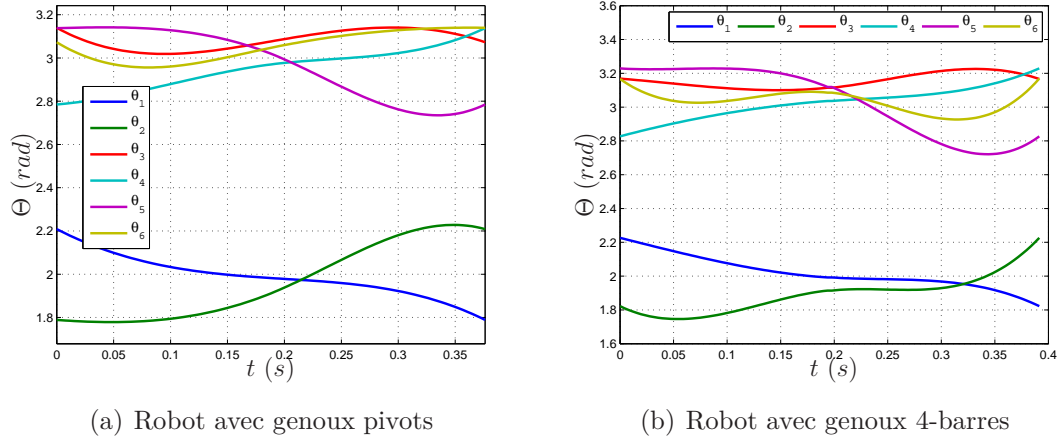


Figure 5.8: – Évolution des variables articulaires actionnées pour une vitesse de marche de 2.9 km/h

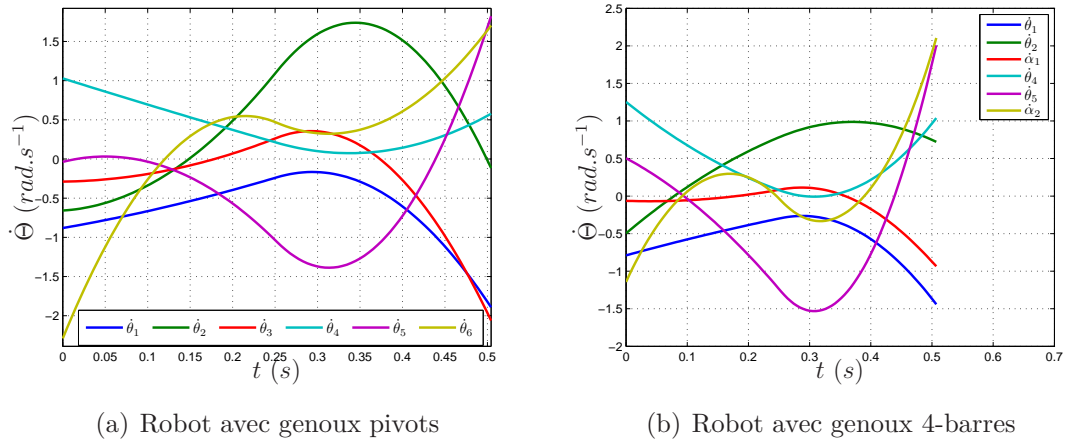


Figure 5.9: – Évolution des vitesses articulaires actionnées pour une vitesse de marche de 1.4 km/h

les deux solutions d'articulations du genou pour des vitesses de marche de 1.4 km/h, 2.2 km/h et 2.9 km/h respectivement. De même que pour les positions articulaires, nous pouvons vérifier sur ces figures le respect des contraintes sur les vitesses des actionneurs. Les figures 5.12, 5.13 et 5.14 présentent l'ensemble des couples articulaires pour les deux solutions de l'articulation du genou pour des vitesses de marche de 1.4 km/h, 2.2 km/h et 2.9 km/h respectivement. On peut constater, dans les deux cas d'articulations du genou que les couples articulaires sont plus faibles que les limites technologiques fixées par le cahier des charges du robot Hydroïd (voir tableau 4.2). On notera que l'utilisation de polynômes d'ordre trois pour l'évolution des variables articulaires engendre une discontinuité sur la dérivée du couple.

Le tableau 5.1 présente, pour différentes vitesses de marche, la répartition de la consom-

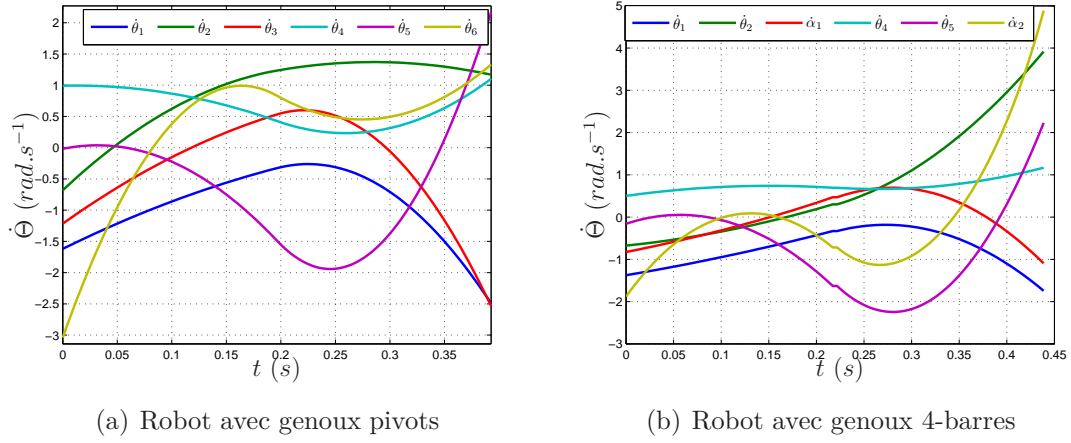


Figure 5.10: – Évolution des vitesses articulaires actionnées pour une vitesse de marche de 2.2 km/h

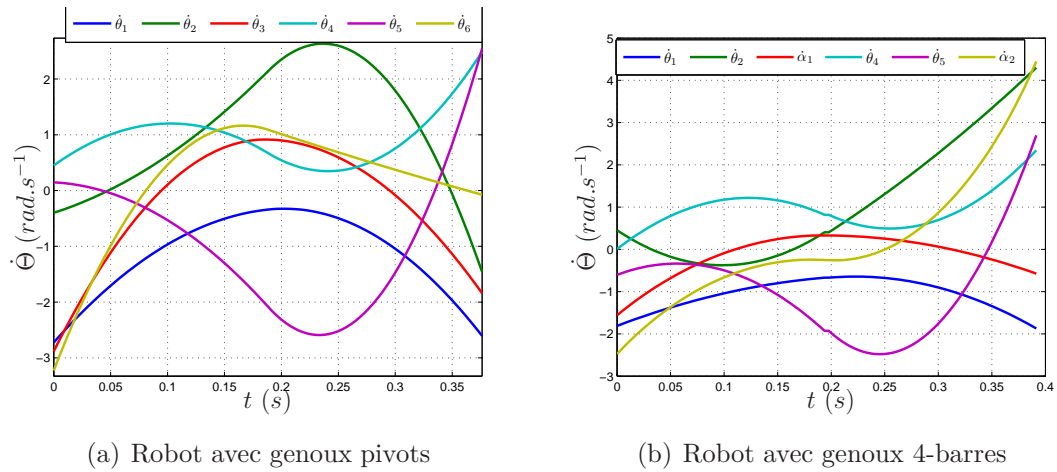
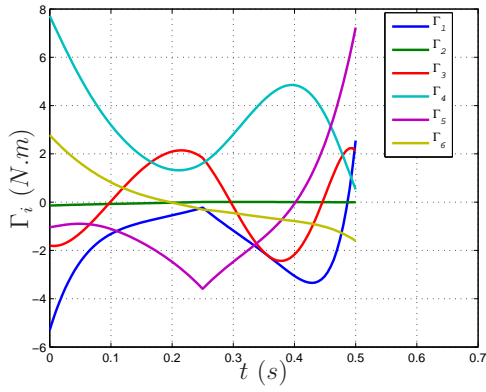
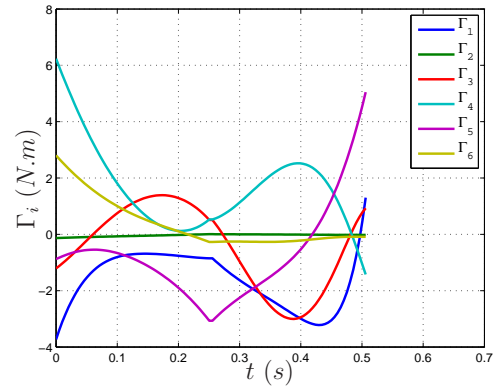


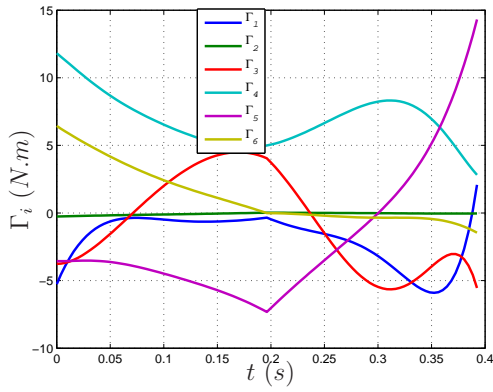
Figure 5.11: – Évolution des vitesses articulaires actionnées pour une vitesse de marche de 2.9 km/h



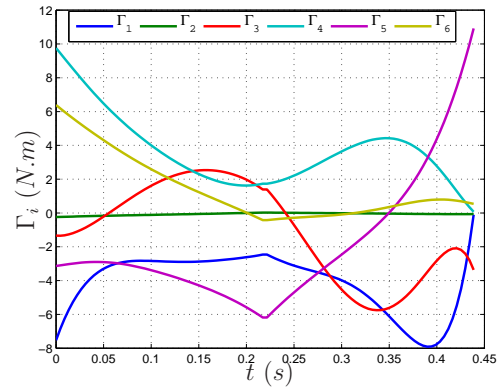
(a) Robot avec genoux pivots



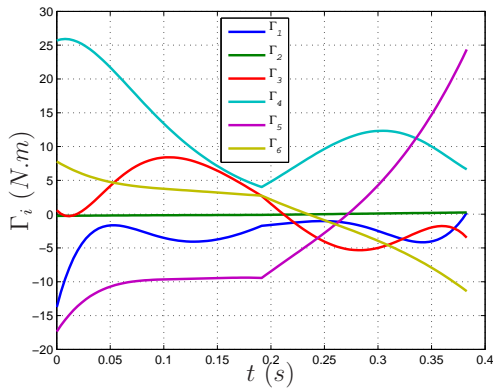
(b) Robot avec genoux 4-barres

Figure 5.12: – Évolution des couples articulaires pour une vitesse de marche de 1.4 km/h 

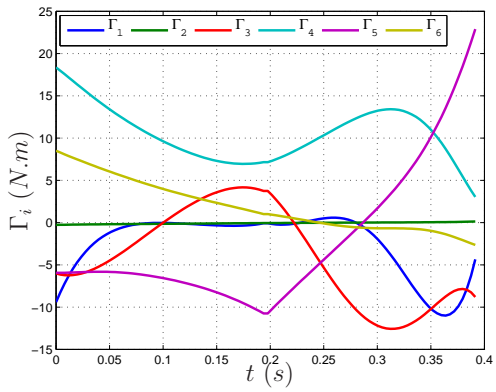
(a) Robot avec genoux pivots



(b) Robot avec genoux 4-barres

Figure 5.13: – Évolution des couples articulaires pour une vitesse de marche de 2.2 km/h 

(a) Robot avec genoux pivots



(b) Robot avec genoux 4-barres

Figure 5.14: – Évolution des couples articulaires pour une vitesse de marche de 2.9 km/h

	pivot	4 barres	pivot	4 barres	pivot	4 barres
vitesse	$v = 1.4 \text{ km/h}$		$v = 2.2 \text{ km/h}$		$v = 2.9 \text{ km/h}$	
Cheville 1	9.1	19.3	18	18.9	14.4	30.7
Cheville 2	0.1	9.2	0.1	5.8	0.1	7.6
Genou 1	17.1	14.5	8.8	5.5	6.8	4.7
Genou 2	2.7	2.3	1.5	0.6	0.5	1.2
Hanche 1	54.7	33.8	49.1	40.3	56.6	34.9
Hanche 2	16.3	20.9	22.5	28.9	21.6	20.9

Tableau 5.1: – Tableau de répartition des consommations d'énergie par articulation (en pourcentage de la consommation globale.)

mation d'énergie entre les différentes articulations, donnée par :

$$C_i = \left(\frac{1}{d} \int_0^T \Gamma_i^2(\gamma) d\gamma \right) \frac{100}{C_T} \quad (5.1)$$

où C_T correspond à la consommation d'énergie totale du bipède.

On peut constater que l'utilisation d'une articulation 4-barres aux genoux modifie globalement la consommation d'énergie du robot. Ainsi, il apparaît que la consommation d'énergie des actionneurs des hanches est réduite au profit de la consommation d'énergie des actionneurs des chevilles dans le cas d'un robot utilisant des genoux de type 4-barres. De plus, on peut remarquer un report de la consommation d'énergie sur la jambe en transfert dans le cas de l'utilisation de genoux à 4-barres.

La figure 5.15 présente l'évolution du ZMP au cours d'un pas pour différentes vitesses dans les deux cas d'articulations du genou. On peut constater que la position du ZMP dans le cas d'un robot bipède à genoux de type 4-barres varie moins au cours de la marche. La figure 5.16 présente l'évolution de la position verticale de la hanche durant un pas pour différentes vitesses. On peut constater une diminution de l'amplitude du mouvement vertical de la hanche dans le cas de l'utilisation d'une articulation de type 4-barres aux genoux. Ce phénomène peut entraîner une diminution de la variation de l'énergie potentielle, confirmée par la figure 5.17 qui présente l'évolution de la position verticale du centre de masse du robot au cours d'un pas de marche. Cette diminution de la variation verticale de la hanche, et ainsi de celle du centre de masse, engendre une diminution de la variation de l'énergie potentielle et donc de la consommation d'énergie totale. Ce résultat laisse apparaître que l'utilisation d'articulations à 4-barres aux genoux permet de diminuer la consommation d'énergie avec une gamme de mouvements inaccessibles pour un robot bipède équipé d'articulations pivots aux genoux.

La figure 5.18 présente l'amplitude des forces impulsives de la réaction du sol au moment de l'impact entre deux phases de simple appui. De même, la figure 5.19 présente l'évolution de la réaction du sol au cours d'un mouvement de marche pour plusieurs

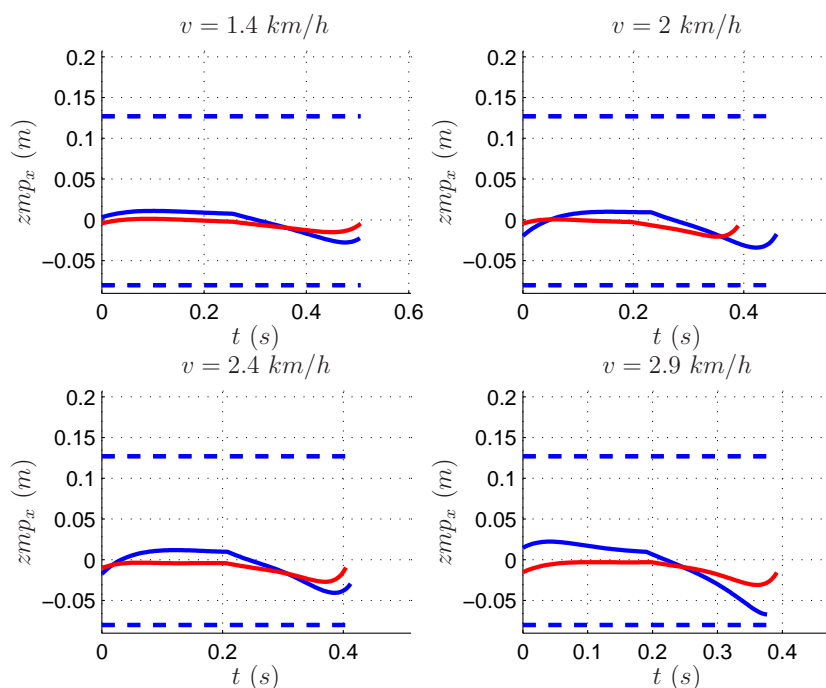


Figure 5.15: – Évolution du ZMP pour différentes vitesses de marche. En bleu : robot à genoux pivots, en rouge : robot à genoux 4-barres, en pointillé : limite de la semelle.

vitesses. On peut constater sur ces deux figures, que l'utilisation d'une articulation de type 4-barres aux genoux ne modifie pas significativement la forme de la réaction du sol ni l'amplitude des impacts pour ce type de marche.

Nous avons donc présenté, dans cette première partie, les différents résultats obtenus pour une marche composée uniquement de phases de simple appui séparées par des impacts impulsionnels. Nous avons pu constater que l'utilisation d'articulations à 4-barres pour les genoux d'un robot bipède permet de diminuer la consommation d'énergie pour ce type de marche. Nous avons constaté une répartition différente de la consommation d'énergie, mais des caractéristiques de marche telles que l'amplitude de l'impact et la forme de la réaction du sol restent inchangées entre les deux solutions d'articulation du genou. Enfin, nous avons pu constater que les mouvements de marche obtenus avec une articulation à 4-barres engendraient une diminution des variations verticales du centre de masse du robot.

Ces résultats laissent apparaître que l'utilisation d'articulations à 4-barres aux genoux engendre une diminution de la consommation énergétique du robot, pour une marche composée de phases de simple appui séparées par des impacts impulsionnels, en permettant la réalisation de trajectoires inaccessibles pour un robot classique utilisant des articulations de type pivot aux genoux.

Dans la suite de cette étude, nous allons chercher à généraliser ces observations dans le

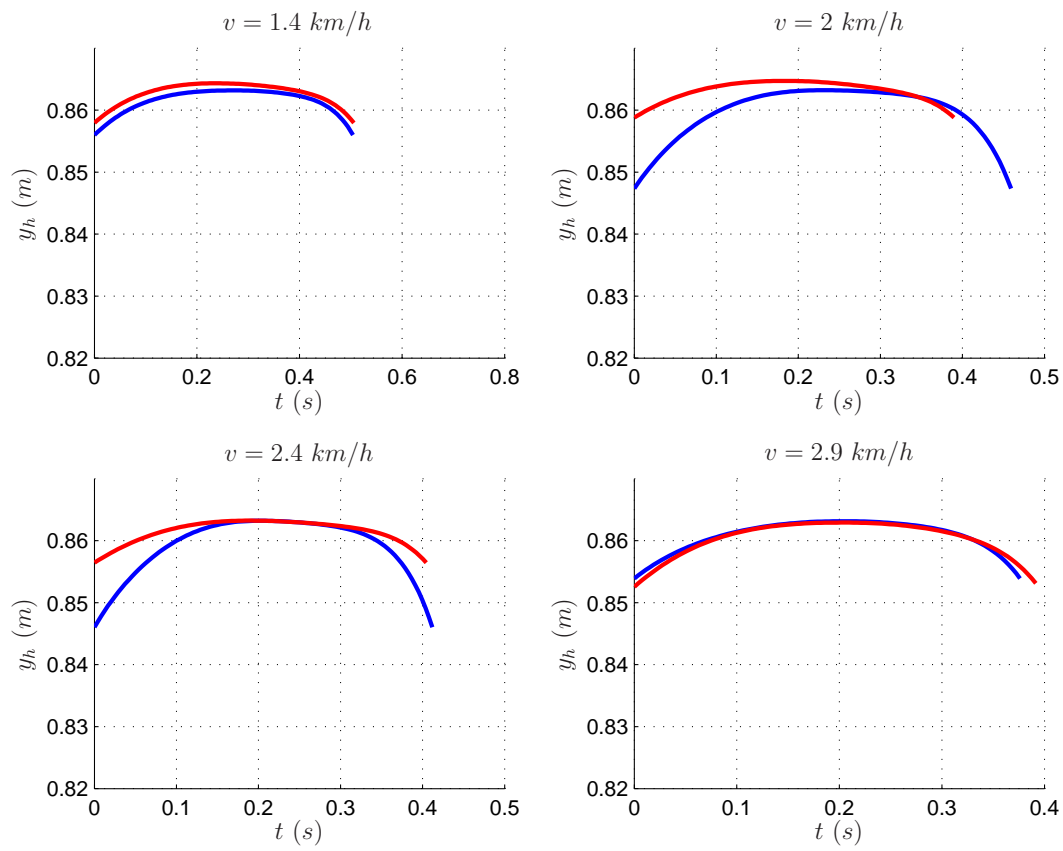


Figure 5.16: – Évolution de la position verticale de la hanche pour différentes vitesses de marche. En bleu : robot à genoux pivots, en rouge : robot à genoux 4-barres.

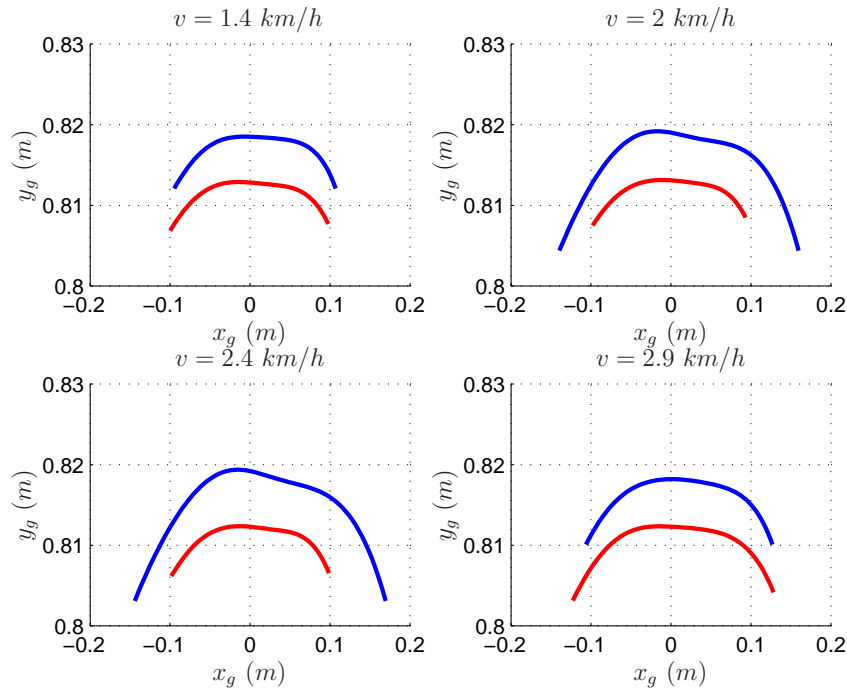


Figure 5.17: – Évolution du centre de masse du robot pour différentes vitesses de marche. En bleu : robot à genoux pivots, en rouge : robot à genoux 4-barres.

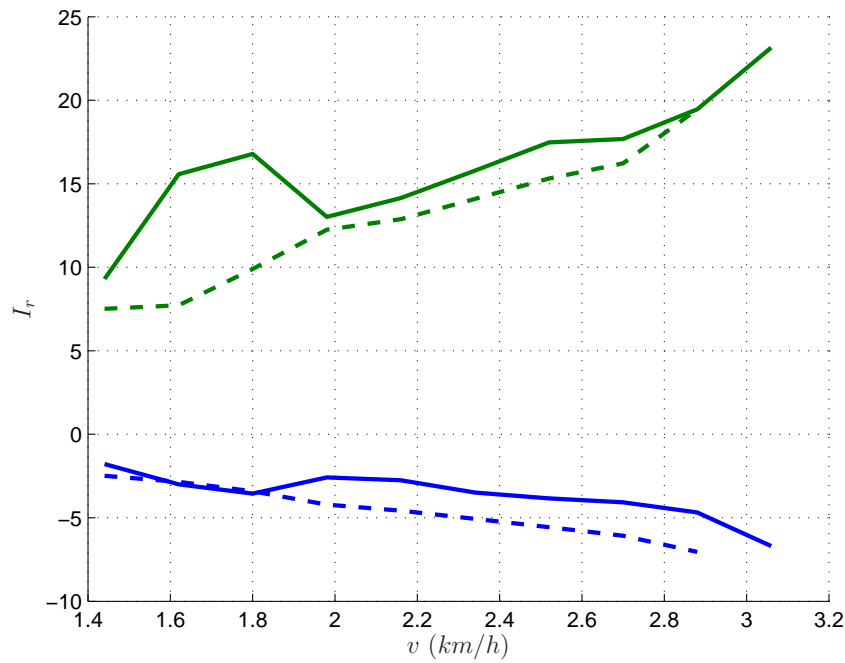


Figure 5.18: – Amplitude des impacts pour différentes vitesses de marche. En bleu : composante tangentielle de la réaction du sol, en vert : composante normale de la réaction du sol. En continu : robot à genoux pivots, en pointillé : robot à genoux 4-barres.

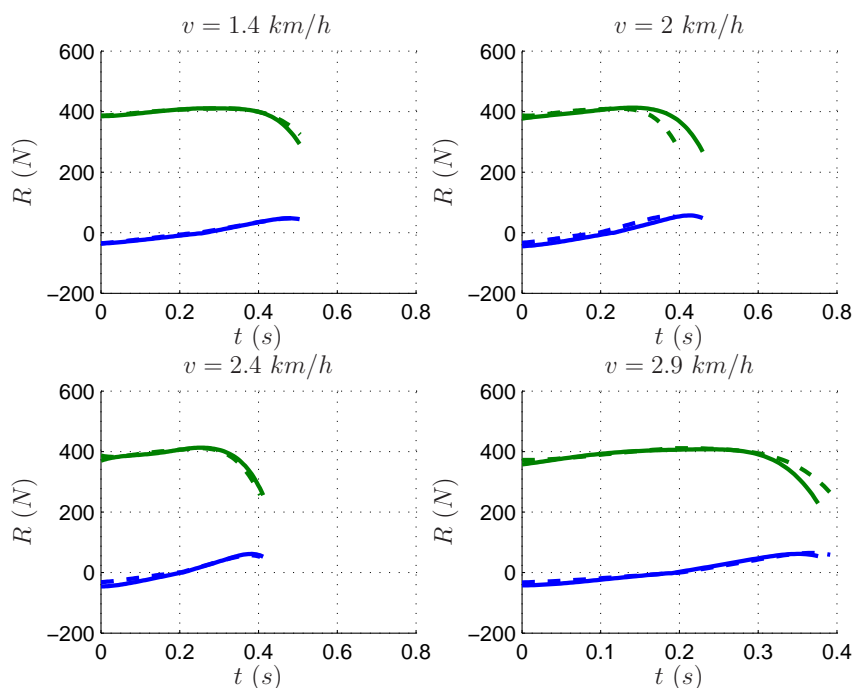


Figure 5.19: – Composante tangentielle(en bleu) et normale (en vert) de la réaction du sol pour plusieurs vitesses. En continu : robot à genoux pivots, en pointillé : robot à genoux 4-barres.

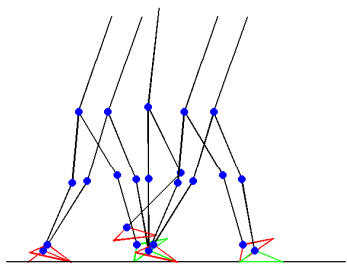
cas de trajectoires de marche plus complexes que nous avons définies dans le chapitre 4.

5.3 Simulation de marche de type 2

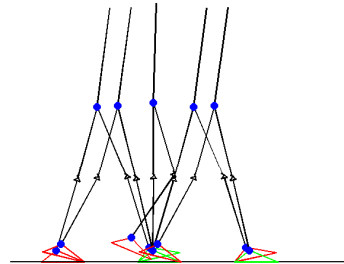
La marche de type 2 est composée de phases de simple appui et de phases de double appui, avec rotation des deux pieds, séparées par des impacts impulsionnels. Nous avons réalisé, à l'aide de la méthode présentée dans le chapitre 4, un ensemble de trajectoires de marche optimales cycliques pour ce type d'allure.

Les figures 5.20, 5.21 et 5.22 présentent pour les deux solutions un exemple de trajectoire de marche pour des vitesses de 1.4 km/h , 2.2 km/h et 2.9 km/h respectivement. On peut constater sur ces trajectoires que, dans le cas du robot équipé d'articulations de type 4-barres aux genoux, la hauteur du pied en transfert au cours de la phase de simple appui est moins importante que dans le cas du robot équipé de genoux de type pivot.

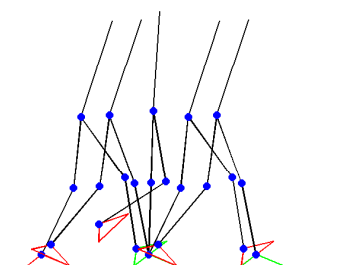
La figure 5.23 montre la consommation d'énergie en fonction de la vitesse de marche pour les deux solutions d'articulations de genoux. On peut constater que le robot équipé d'articulations à 4-barres aux genoux possède une consommation nettement inférieure à celle du robot équipé d'articulations de type pivot. De plus, on peut constater que dans le cas du robot équipé d'articulations à 4-barres aux genoux l'algorithme s'avère plus stable.



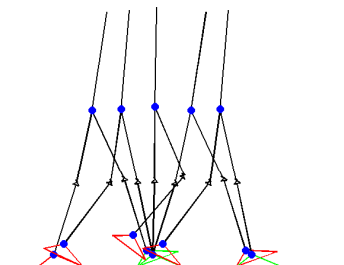
(a) Robot avec genoux pivots



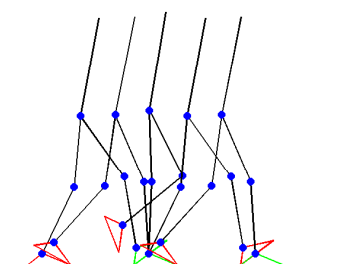
(b) Robot avec genoux 4-barres

Figure 5.20: – Marche de type 2 pour une vitesse de marche de 1.4 km/h 

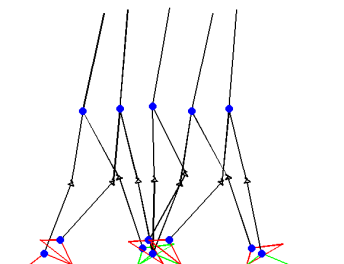
(a) Robot avec genoux pivots



(b) Robot avec genoux 4-barres

Figure 5.21: – Marche de type 2 pour une vitesse de marche de 2.2 km/h 

(a) Robot avec genoux pivots



(b) Robot avec genoux 4-barres

Figure 5.22: – Marche de type 2 pour une vitesse de marche de 2.9 km/h

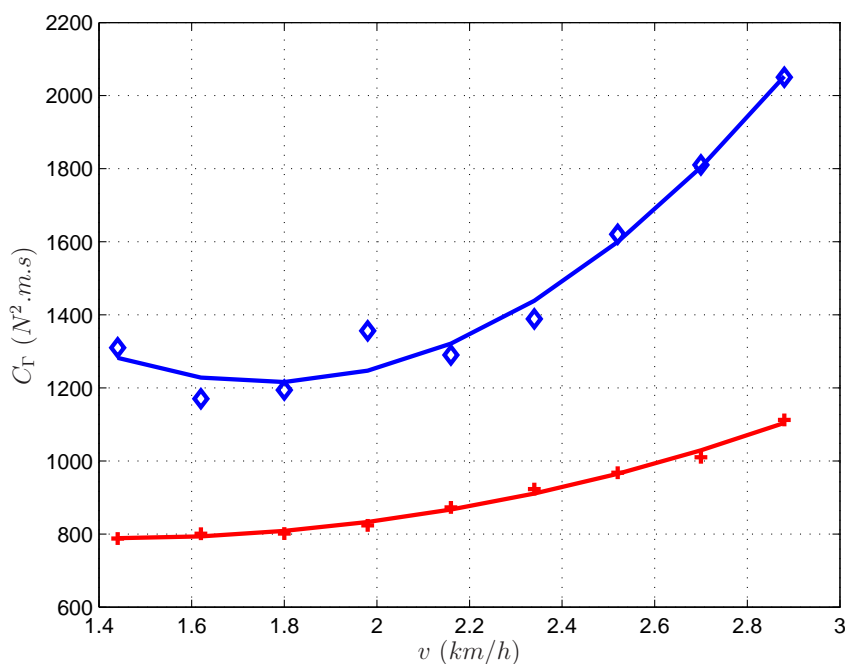


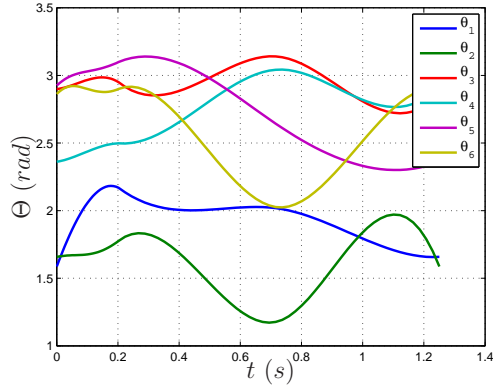
Figure 5.23: – Évolution de la consommation énergétique en fonction de la vitesse de marche. En bleu : robot avec genoux pivots, en rouge : robot avec genoux à 4-barres.

Les figures 5.24, 5.25 et 5.26 présentent l'évolution de l'ensemble des variables articulaires actionnées pour les deux solutions de l'articulation du genou pour des vitesses de marche de 1.4 km/h , 2.2 km/h et 2.9 km/h respectivement. On peut observer, comme dans le cas des trajectoires de type 1, que les contraintes sur les butées articulaires sont respectées.

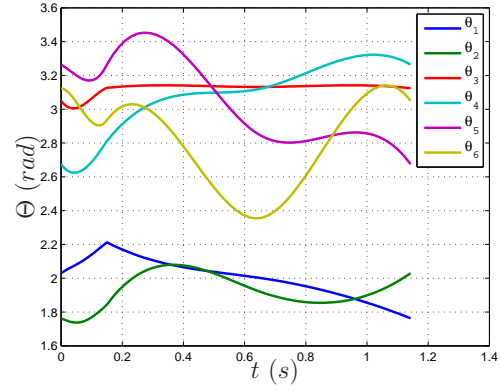
De même, les figures 5.27, 5.28 et 5.29 présentent l'ensemble des vitesses articulaires actionnées pour les deux solutions d'articulations de genou pour des vitesses de marche de 1.4 km/h , 2.2 km/h et 2.9 km/h respectivement, ce qui nous permet de vérifier le respect des contraintes en vitesse. On notera que les vitesses articulaires dans le cas de l'utilisation d'articulations à 4-barres subissent un saut important à la fin de la phase de double appui, contrairement au robot bipède qui utilise des genoux pivots. Cette discontinuité est due à l'impact du pied avant avec le sol en fin de phase de double appui.

Enfin, nous vérifions les contraintes sur les couples articulaires à l'aide des figures 5.30, 5.31 et 5.32 qui présentent l'ensemble des couples articulaires pour les deux solutions d'articulations de genou pour des vitesses de marche de 1.4 km/h , 2.2 km/h et 2.9 km/h respectivement.

Nous traçons l'évolution du couple en fonction de la vitesse du genou de la jambe d'appui sur un pas de marche à différentes vitesses sur la figure 5.33. Nous constatons que pour les trajectoires de type 2, le couple exercé sur le genou de la jambe d'appui est toujours

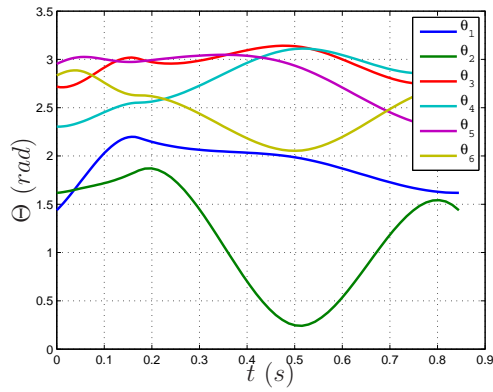


(a) Robot avec genoux pivots

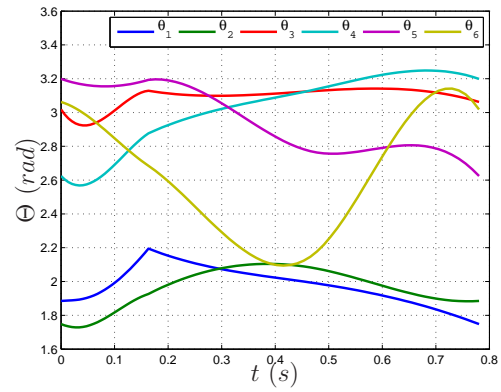


(b) Robot avec genoux 4-barres

Figure 5.24: – Évolution des variables articulaires actionnées pour une vitesse de marche de 1.4 km/h



(a) Robot avec genoux pivots



(b) Robot avec genoux 4-barres

Figure 5.25: – Évolution des variables articulaires actionnées pour une vitesse de marche de 2.2 km/h

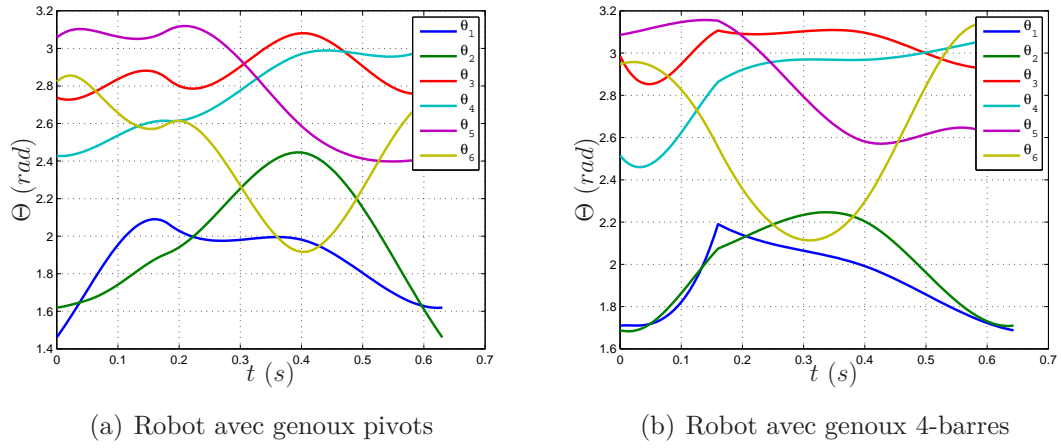


Figure 5.26: – Évolution des variables articulaires actionnées pour une vitesse de marche de 2.9 km/h

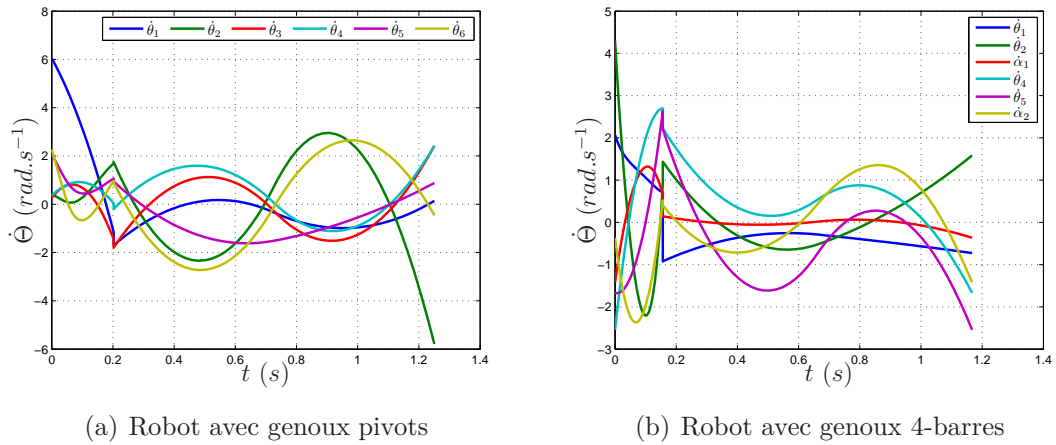


Figure 5.27: – Évolution des vitesses articulaires actionnées pour une vitesse de marche de 1.4 km/h

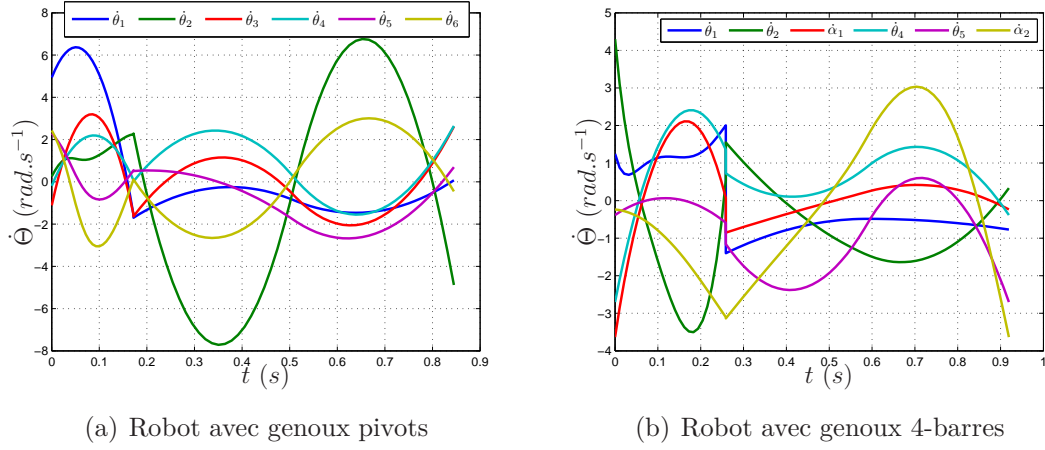


Figure 5.28: – Évolution des vitesses articulaires actionnées pour une vitesse de marche de 2.2 km/h

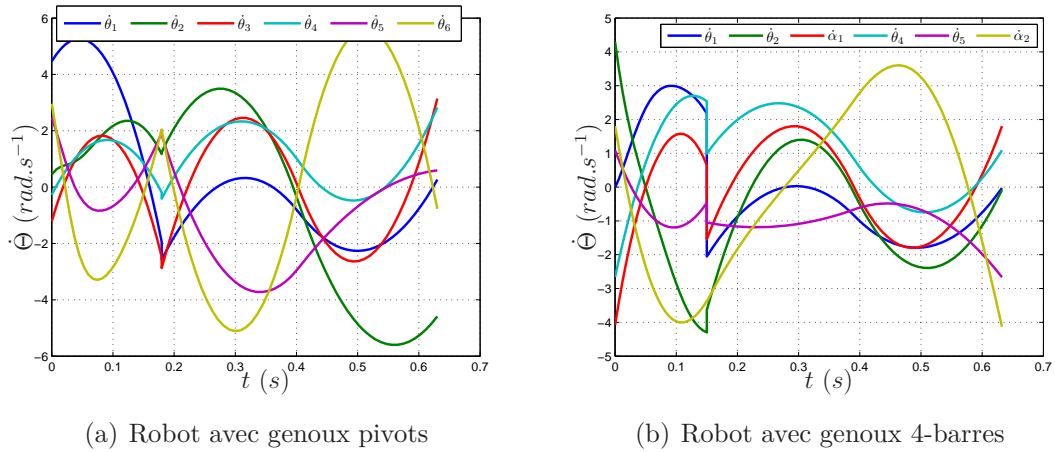
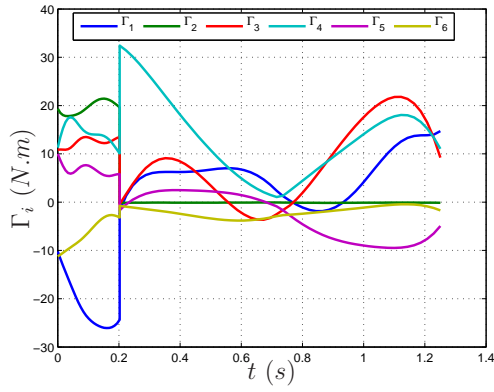
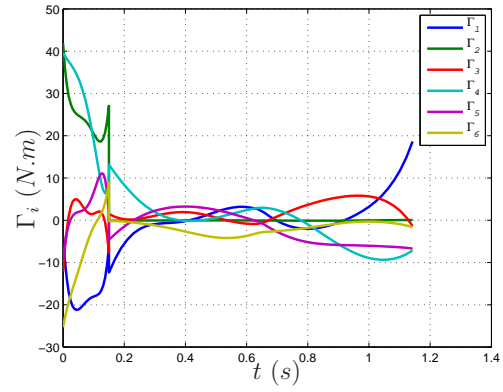


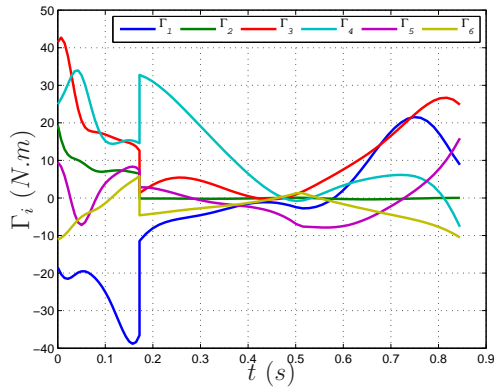
Figure 5.29: – Évolution des vitesses articulaires actionnées pour une vitesse de marche de 2.9 km/h



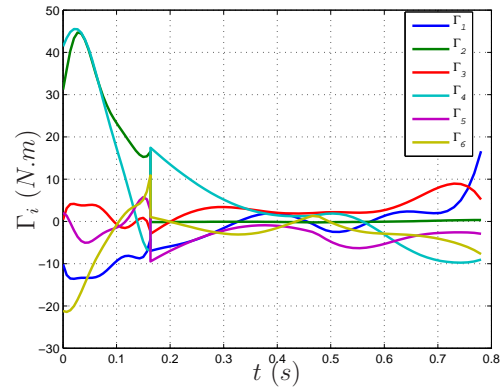
(a) Robot avec genoux pivots



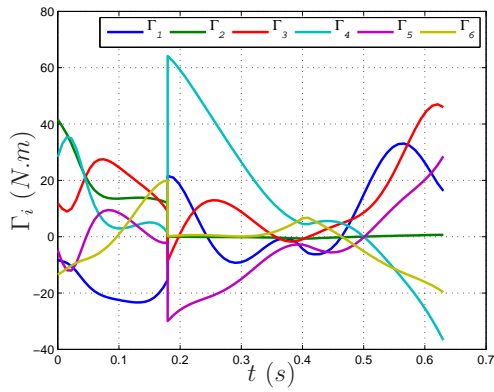
(b) Robot avec genoux 4-barres

Figure 5.30: – Évolution des couples articulaires pour une vitesse de marche de 1.4 km/h 

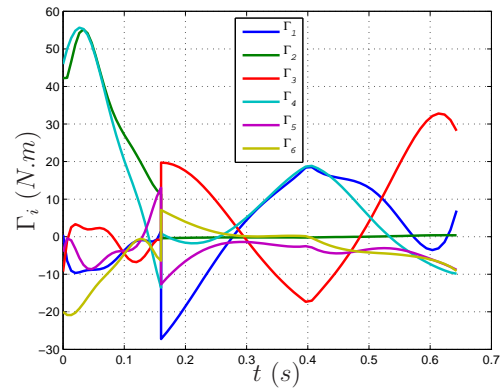
(a) Robot avec genoux pivots



(b) Robot avec genoux 4-barres

Figure 5.31: – Évolution des couples articulaires pour une vitesse de marche de 2.2 km/h 

(a) Robot avec genoux pivots



(b) Robot avec genoux 4-barres

Figure 5.32: – Évolution des couples articulaires pour une vitesse de marche de 2.9 km/h

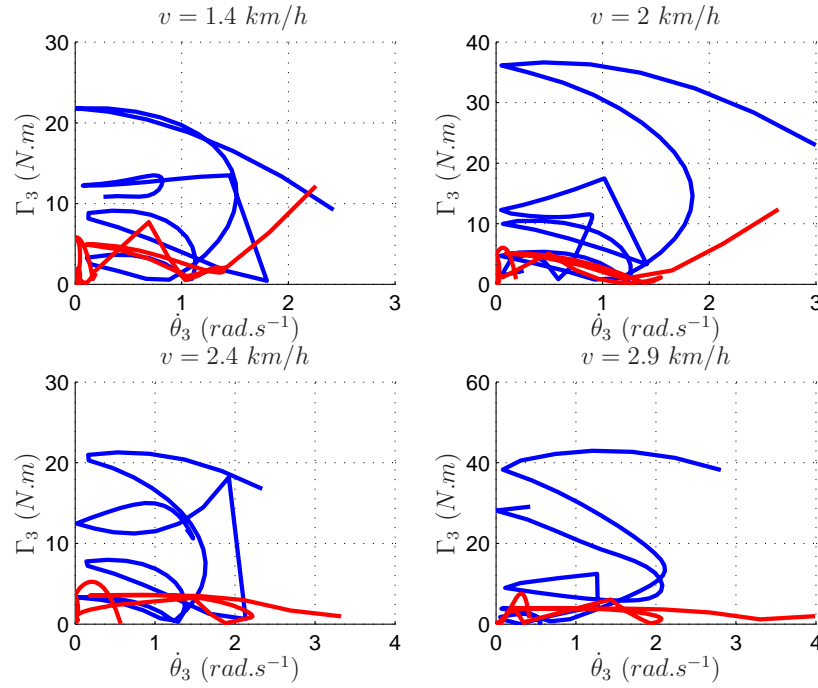


Figure 5.33: – Évolution du couple en fonction de la vitesse relative sur le genou de la jambe d'appui. En bleu : robot à genoux pivots, en rouge : robot à genoux 4-barres.

bien inférieur avec le genou à 4-barres à celui obtenu avec le genou pivot.

Dans le cadre de l'utilisation d'un actionneur électrique couplé à un réducteur, il est donc envisageable d'utiliser un réducteur plus petit pour l'actionnement de l'articulation du genou à 4-barres par rapport au genou pivot. Le couple maximal admissible par l'actionneur est alors plus faible mais la vitesse maximale admissible par l'articulation est plus importante. De plus, la réduction de la taille du réducteur pour les articulations à 4-barres aux genoux permettrait de diminuer la masse du robot et ainsi de diminuer la consommation d'énergie. Dans cette étude, nous avons utilisé le modèle du robot Hydroïd qui utilise des actionneurs de type hydraulique [Alfayad, 2009].

Tout comme dans la première partie, nous étudions la répartition de la consommation d'énergie dans les différentes articulations. Les trajectoires de type 2 étant composées de deux phases nous définissons deux critères de consommations d'énergie. Le premier représentant la consommation d'une articulation au cours de la phase de double appui :

$$C_{ids} = \left(\frac{1}{d} \int_0^{T_{ds}} \Gamma_i^2(\gamma) d\gamma \right) \frac{100}{C_{\Gamma_{ds}}} \quad (5.2)$$

et le deuxième représentant la consommation d'une articulation au cours de la phase de simple appui :

$$C_{iss} = \left(\frac{1}{d} \int_{T_{ds}}^{T_{ds}+T_{ss}} \Gamma_i^2(\gamma) d\gamma \right) \frac{100}{C_{\Gamma_{ss}}} \quad (5.3)$$

	pivot	4 barres	pivot	4 barres	pivot	4 barres
vitesse	$v = 1.4 \text{ km/h}$		$v = 2.2 \text{ km/h}$		$v = 2.9 \text{ km/h}$	
Cheville 1	37.1	16.7	37.8	5.9	22.8	2.1
Cheville 2	31.7	33.1	4.3	44.9	26.1	47.8
Genou 1	13.1	0.7	27.7	0.3	24.1	0.4
Genou 2	2.7	7.3	1.5	6.1	7.1	4.5
Hanche 1	12.6	40.3	26.9	42.3	17.1	44
Hanche 2	2.8	1.9	1.8	0.5	2.8	1.2

Tableau 5.2: – Tableau de répartition des consommations d'énergies par articulation durant la phase de double appui (en pourcentage de la consommation globale en double appui.)

	pivot	4 barres	pivot	4 barres	pivot	4 barres
vitesse	$v = 1.4 \text{ km/h}$		$v = 2.2 \text{ km/h}$		$v = 2.9 \text{ km/h}$	
Cheville 1	11.5	27.2	21.5	13.6	15.9	21.3
Cheville 2	0	0	0	0	0	0
Genou 1	45.1	10.9	31.6	15.9	20.5	42.5
Genou 2	0.3	6.2	3.4	7.9	3.4	8
Hanche 1	38.8	34.7	37.6	46.4	46.6	13.3
Hanche 2	4.3	21	5.9	16.2	13.6	14.5

Tableau 5.3: – Tableau de répartition des consommations d'énergies par articulation durant la phase de simple appui (en pourcentage de la consommation globale en simple appui.)

où $C_{\Gamma_{ds}}$ correspond à la consommation d'énergie totale du bipède durant la phase de double appui et T_{ds} correspond à la durée de la phase de double appui, $C_{\Gamma_{ss}}$ correspond à la consommation d'énergie totale du bipède durant la phase de simple appui et T_{ss} correspond à la durée de la phase de simple appui.

Nous avons donc indiqué, dans les tableaux 5.2, et 5.3, le pourcentage de consommation d'énergie de chaque articulation pour un pas de marche de type 2 pour trois vitesses différentes, et pour les deux types d'articulation de genoux. On peut constater que la répartition de la consommation d'énergie sur l'ensemble des articulations a été modifiée significativement entre les deux solutions d'articulations du genou. Ainsi, on peut constater que, pour la phase de double appui, la majeure partie de la consommation énergétique est utilisée par la cheville 2 (jambe arrière) et par la hanche 1 (jambe avant) dans le cas de l'utilisation d'articulation à 4-barres. A l'inverse, dans le cas de l'utilisation de l'articulation pivot aux genoux, la majeure partie de la consommation d'énergie est utilisée par l'ensemble des articulations de la jambe 1 (en avant).

La figure 5.34 indique la consommation énergétique du robot en phase de simple appui

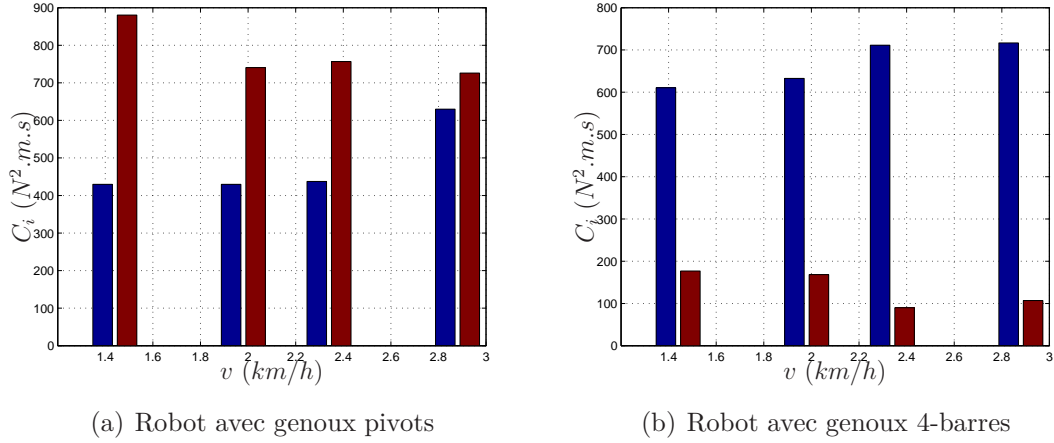


Figure 5.34: – Consommation d'énergie durant la phase de simple appui et durant la phase de double appui pour différentes vitesses. En bleu : consommation durant la phase de double appui, en rouge : consommation durant la phase de simple appui.

et en phase de double appui pour plusieurs vitesses de marche et pour les deux types d'articulations de genoux étudiées. On peut observer que, dans le cas de l'utilisation d'articulations à 4-barres aux genoux, la majorité de l'énergie nécessaire à la marche est utilisée durant la phase de double appui. Ainsi, pour ce choix d'articulation, la phase de double appui agit comme une phase de propulsion avant la phase de simple appui, où la consommation d'énergie est beaucoup plus faible. Dans le cas de l'utilisation d'articulations de type pivot ce phénomène n'apparaît pas.

La figure 5.35 représente l'évolution de la durée de la phase de simple appui ainsi que de la phase de double appui pour les deux solutions d'articulation du genou en fonction de la vitesse de marche, T_{ds} étant une variable d'optimisation et T_{ss} étant déduit à l'aide de la consigne vitesse et de la longueur du pas. On peut constater sur cette figure que, dans les deux cas, la durée de la phase de double appui ne varie pas en fonction de la vitesse et que, par conséquent, la durée de la phase de simple appui diminue lorsque l'on augmente la vitesse. De plus, on peut constater que, dans le cas du robot bipède qui utilise des genoux de type pivot, la durée de la phase de double appui est plus longue par rapport, à la durée totale du pas, que dans le cas du robot à genou à 4-barres.

Sur la figure 5.36 nous constatons que, dans le cas de l'utilisation de genoux à 4-barres, la position du ZMP varie moins au cours du mouvement que dans le cas de l'utilisation d'articulations de type pivot pour ce type de trajectoire.

Afin de déterminer les raisons de la diminution de la consommation d'énergie globale due à l'utilisation d'articulations de type 4-barres aux genoux, nous avons tracé, comme dans le cas des trajectoires de type 1, l'évolution de la position verticale de la hanche sur la figure 5.37 ainsi que l'évolution de la position du centre de masse global du robot sur la figure 5.38 pour différentes vitesses. On peut constater sur ces deux figures que le

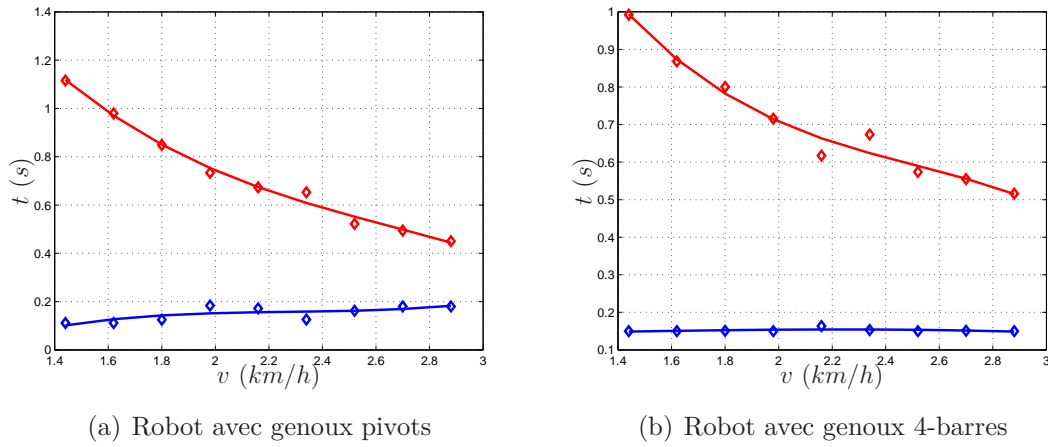


Figure 5.35: – Évolution de la durée des phases de simple appui et de double appui en fonction de la vitesse de marche. En bleu : durée de la phase de double appui, en rouge : durée de la phase de simple appui.

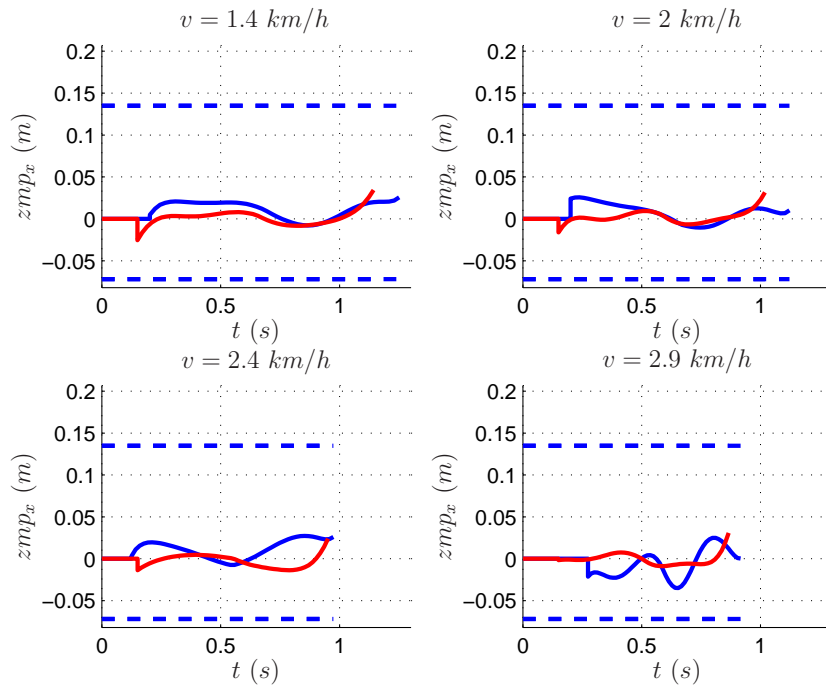


Figure 5.36: – Évolution du ZMP pour différentes vitesses de marche. En bleu : robot à genoux pivots, en rouge : robot à genoux 4-barres, en pointillé : limite de la semelle.

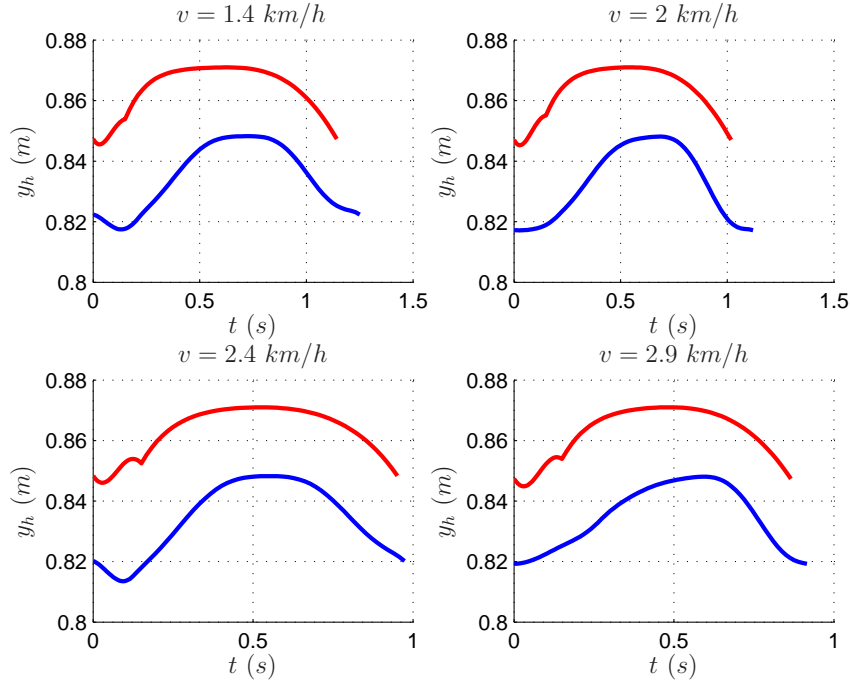


Figure 5.37: – Évolution de la position verticale de la hanche pour différentes vitesses de marche.

phénomène observé dans la section 5.2 reste valable dans le cas des trajectoires de type 2 à savoir une diminution de la variation verticale de la hanche et donc du centre de masse du robot.

On peut voir sur la figure 5.39, l'amplitude de la force impulsionnelle de la réaction du sol lors des impacts en fin de phase de simple appui (à gauche et au centre) et en fin de phase de double appui (à droite). On constate que les impacts en fin de phase de simple appui sont beaucoup plus faibles pour le robot équipé d'articulations à 4-barres aux genoux. A l'inverse, dans le cas de l'impact en fin de phase de double appui, le robot qui utilise des genoux 4-barres subit un impact beaucoup plus important que le robot à genoux pivots. Cette différence d'impact explique la discontinuité sur les vitesses articulaires beaucoup plus importante dans le cas du robot à genoux 4-barres.

Les figures 5.40 et 5.41 présentent l'évolution des composantes normales et tangentielles de la réaction du sol sur le pied 1 et sur le pied 2 respectivement, pour différentes vitesses et pour les deux solutions d'articulations du genou. Pour la jambe 1, lors de la phase de simple appui, nous constatons, comme dans le cas des trajectoires de type 1, peu de modifications dans la forme de la réaction du sol. A l'inverse, durant la phase de double appui on peut voir que la forme de la réaction du sol sur les deux pieds est fortement modifiée entre les deux solutions d'articulations de genou.

Nous avons pu voir dans cette section que les résultats obtenus pour l'allure de type 1 se

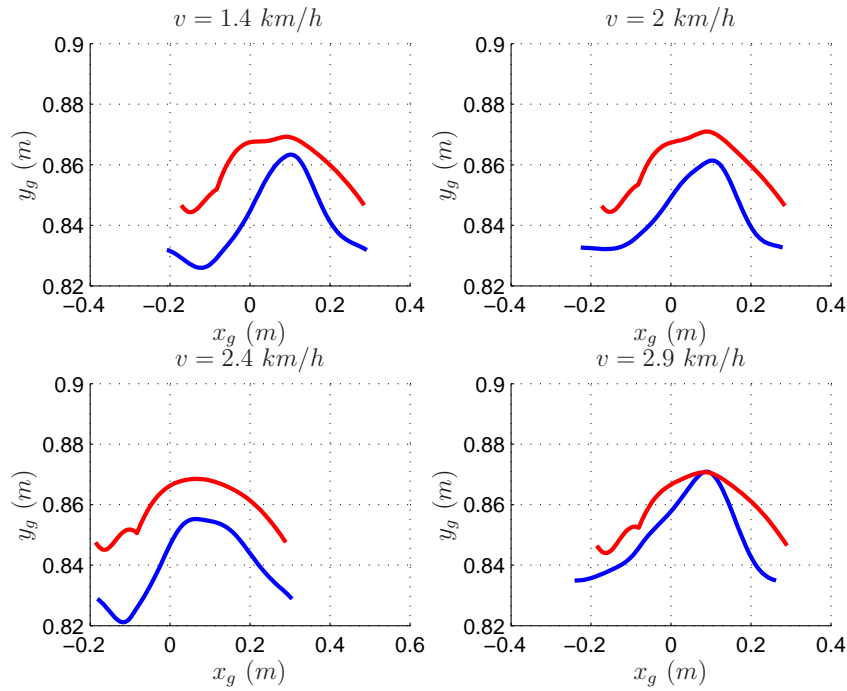


Figure 5.38: – Évolution du centre de masse du robot pour différentes vitesses de marche. En bleu : robot à genoux pivots, en rouge : robot à genoux 4-barres.

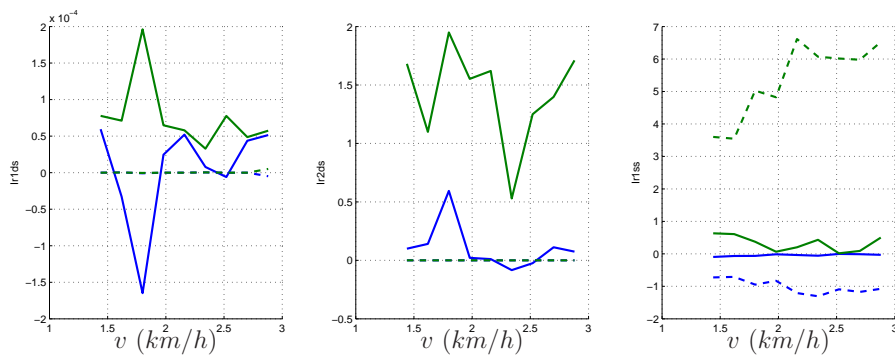


Figure 5.39: – Amplitude des impacts pour différentes vitesses de marche de type 2. Trait continu : robot à genoux pivots. Trait pointillé : robot à genoux 4-barres. En bleu : composante normale, en vert : composante tangentielle. A gauche et au centre : impacts sur les pieds 1 et 2 en fin de phase de simple appui. A droite : impact en fin de phase de double appui.

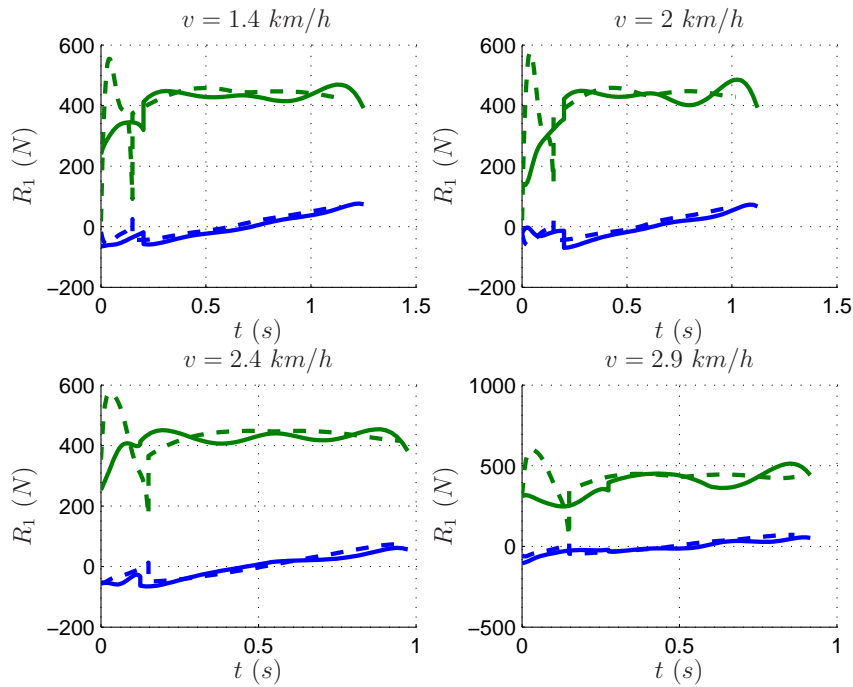


Figure 5.40: – Composante tangentielle (en bleu) et normale (en vert) de la réaction du sol sur le pied 1 pour plusieurs vitesses. En continu : robot à genoux pivots, en pointillé : robot à genoux 4-barres.

confirment pour une marche composée de phases de double appui et de phases de simple appui séparées par des impacts impulsionnels. Nous avons montré que l'utilisation d'articulations à 4-barres aux genoux diminue la consommation d'énergie par une réalisation de trajectoires inaccessibles à un robot équipé d'articulations de type pivot. Ainsi, nous avons pu voir que les trajectoires de marche obtenues pour les deux solutions d'articulation du genou étaient sensiblement différentes avec une diminution de la variation verticale du centre de masse dans le cas du robot à genoux de type 4-barres, ainsi qu'une répartition de la consommation énergétique différente. En effet, il est apparu que la phase de double appui joue un rôle de propulsion de la marche, avec une répartition de la consommation énergétique majoritairement sur la jambe en arrière durant la phase de double appui qui devient la jambe en balancement durant la phase de simple appui. Cette répartition énergétique spécifique ne se retrouve pas dans le cas de l'utilisation d'articulations de type pivot aux genoux.

Enfin, nous pouvons souligner, que dans le cas de l'utilisation d'articulations à 4-barres aux genoux, la génération de trajectoires pour ce type d'allure est sensiblement plus efficace en terme de convergence que dans le cas d'articulations pivots, malgré un temps de calcul plus long pour le robot à genoux à 4-barres.

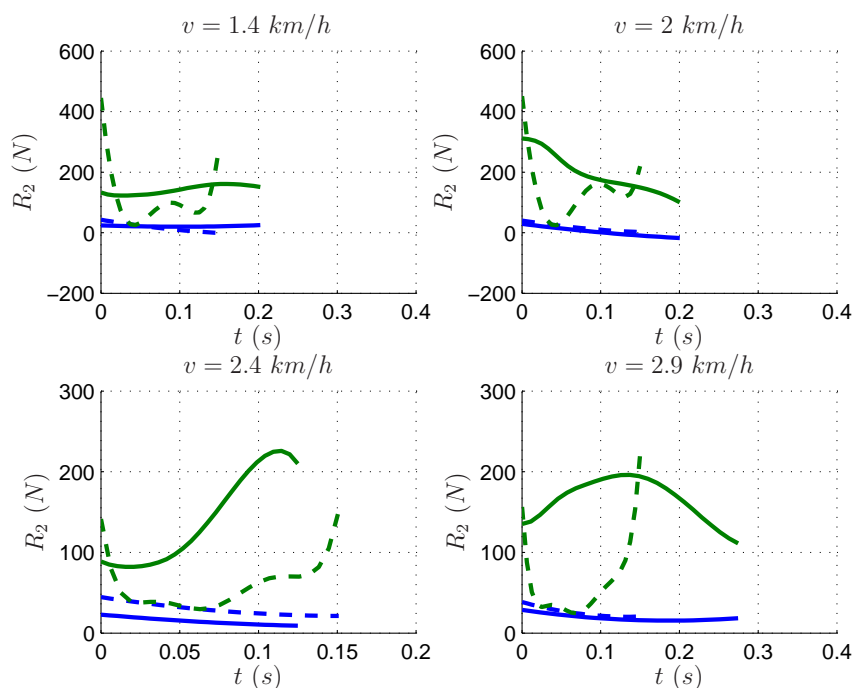


Figure 5.41: – Composante tangentielle (en bleu) et normale (en vert) de la réaction du sol sur le pied 2 pour plusieurs vitesses. En continu : robot à genoux pivots, en pointillé : robot à genoux 4-barres.

5.4 Simulation de marche de type 3

L'allure de marche de type 3 est constituée de 3 phases de marche. Une phase de double appui, une phase de simple appui pied à plat, séparée de la phase de double appui par un impact impulsif, et une phase de simple appui sous actionnée durant laquelle le pied d'appui tourne autour de son arête frontale. Cette phase est séparée de la phase de double appui par un impact impulsif.

A l'aide de la méthode présentée dans la section 4.5, nous avons cherché à générer pour un robot bipède utilisant des articulations à 4-barres aux genoux, des trajectoires de marche optimales cycliques pour différentes vitesses. Nous rappelons que, durant la phase de simple appui sous-actionnée, il n'est pas possible de prévoir *a priori* le comportement du robot. Par conséquent, lors du processus d'optimisation il n'est pas possible de fixer la vitesse de marche. Ainsi, afin de générer des mouvements de marche à une vitesse donnée, nous donnons une consigne de vitesse à l'algorithme d'optimisation et nous comparons cette consigne à la vitesse de marche réellement obtenue. L'erreur en vitesse est ajoutée comme une contrainte. Ainsi, il nous est possible de générer une trajectoire de marche à une vitesse désirée à une erreur près. Au cours de nos essais, il est apparu que cette contrainte s'avère problématique en terme de convergence de l'algorithme dans le cas de

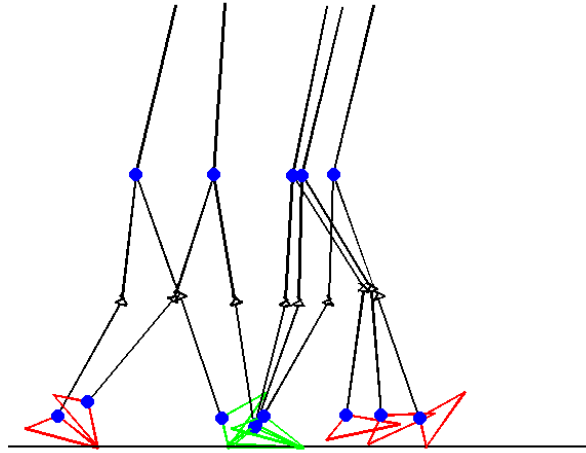


Figure 5.42: – Marche de type 3 pour une vitesse de marche de 2.5 km/h avec des genoux à 4-barres

la génération de trajectoire pour un robot utilisant des articulations de type 4-barres aux genoux. Pour résoudre ce problème, nous avons augmenté le seuil d'erreur admissible dans le cas du robot à genoux 4-barres. Ainsi, les trajectoires qui sont générées respectent la consigne en vitesse à 10^{-2} m.s^{-1} près. Cependant les trajectoires de marche ainsi générées restent valides.

Au cours de ce travail, nous avons pu constater que la génération de ce type de trajectoires s'avère complexe et difficile à réaliser avec l'algorithme d'optimisation utilisé. La gestion de multiples impacts, ainsi que la complexité des modèles utilisés pour ce robot, rendent la convergence difficile. De plus, tout comme dans la génération des trajectoires de type 2, la phase de double appui nécessite la résolution d'un modèle géométrique inverse numérique. La convergence de l'algorithme de résolution de ce modèle géométrique inverse n'est donc pas assurée. Cet ensemble de difficultés font que ce type de trajectoire est très difficile à obtenir.

Nous avons cependant réussi dans le cas de l'utilisation d'articulations de genou à 4-barres à générer des trajectoires de marche de références respectant l'ensemble des contraintes définies dans le chapitre 4.

Les figures 5.42 et 5.43 présentent un pas de marche obtenu pour une vitesse de marche de 2.5 km/h et l'évolution des variables articulaires durant ce même mouvement. On peut noter sur ces figures que les contraintes sur les butées articulaires sont bien respectées.

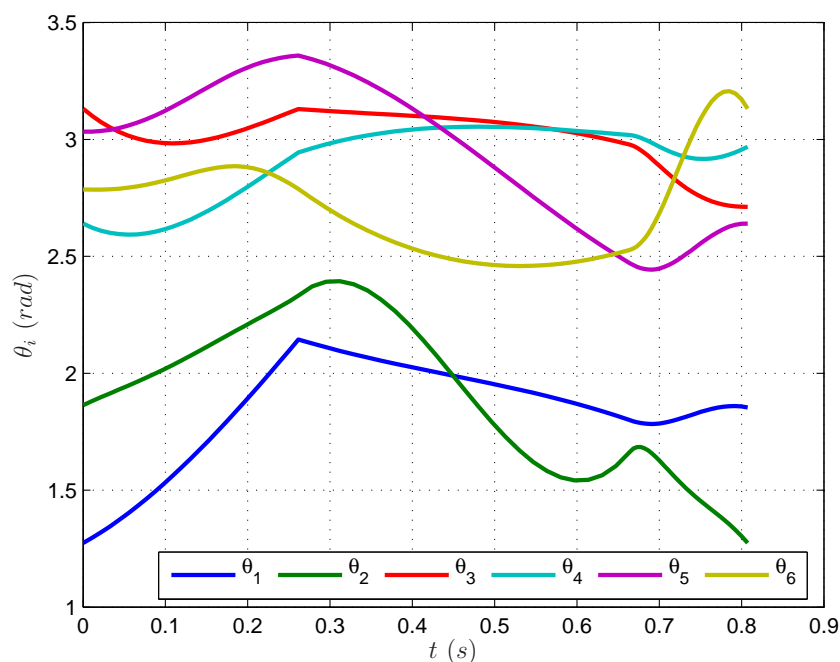


Figure 5.43: – Évolution des variables articulaires pour une marche à 2.5 km/h avec des genoux à 4-barres

La figure 5.44 présente l'évolution des vitesses articulaires durant ce même mouvement. Nous pouvons voir sur cette figure que les vitesses articulaires obtenues respectent les contraintes introduites dans le tableau 4.2.

Enfin, la figure 5.45 présente l'évolution des couples articulaires durant ce même mouvement. Nous pouvons voir sur ces figures que les contraintes en couple sont respectées.

Nous avons réalisé de la même manière des trajectoires de marche de références pour plusieurs vitesses de marche. La figure 5.46 présente l'évolution du critère d'optimisation en fonction de la vitesse de marche dans le cas de l'utilisation d'articulations à 4-barres. On constate sur cette figure qu'une vitesse de marche optimale apparaît à environ 2.4 km/h . De plus, on peut voir sur la figure 5.47 que l'orientation du pied d'appui en fin de phase de rotation dépend de la vitesse de marche. Ainsi, en augmentant la vitesse de marche la rotation du pied d'appui devient plus importante ce qui confirme la plus grande utilité de cette phase de rotation pour des vitesses de marche importantes.

Nous avons donc pu voir dans cette section qu'il était possible de générer des trajectoires de marche de références pour un robot bipède équipé d'articulations de genou à 4-barres contenant une phase de double appui, une phase de simple appui pied à plat et une phase de simple appui sous actionnée avec une rotation du pied d'appui sur sa pointe. Nous avons constaté que la vitesse de marche optimale pour ce type de trajectoire était plus importante que pour que dans le cas des types de trajectoire précédemment étudiés et

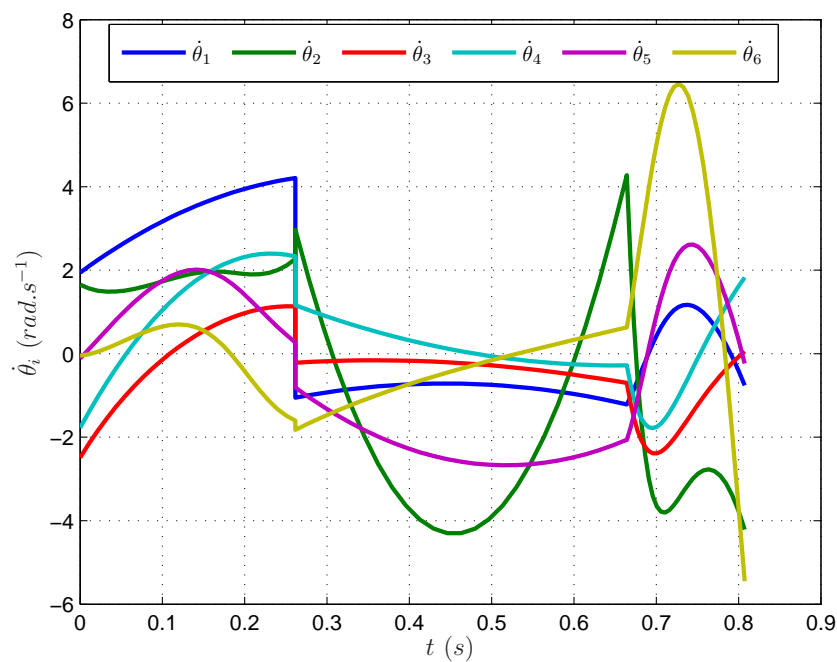


Figure 5.44: – Évolution des vitesses articulaires pour une marche à 2.5 km/h avec des genoux à 4-barres

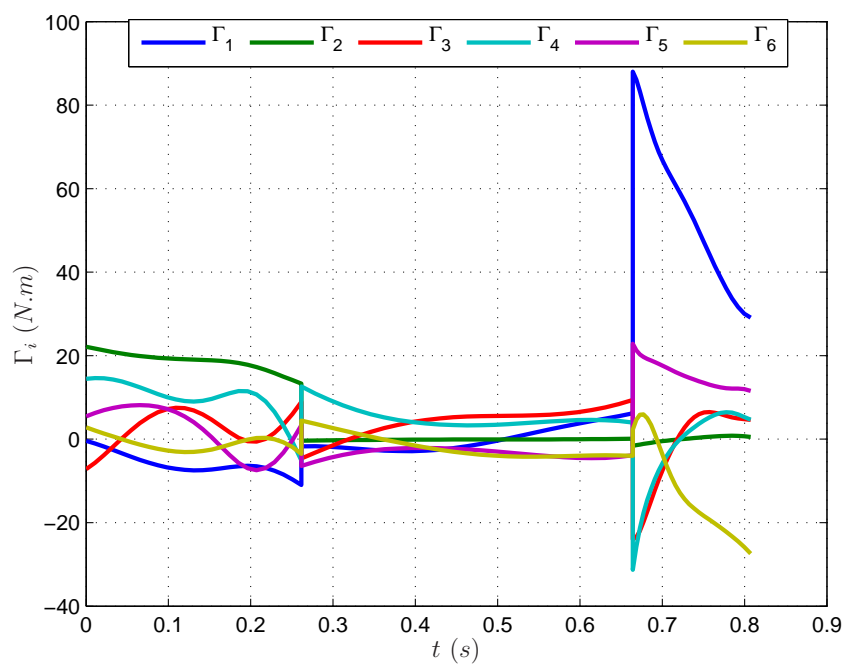


Figure 5.45: – Évolution des couples articulaires pour une marche à 2.5 km/h avec des genoux à 4-barres

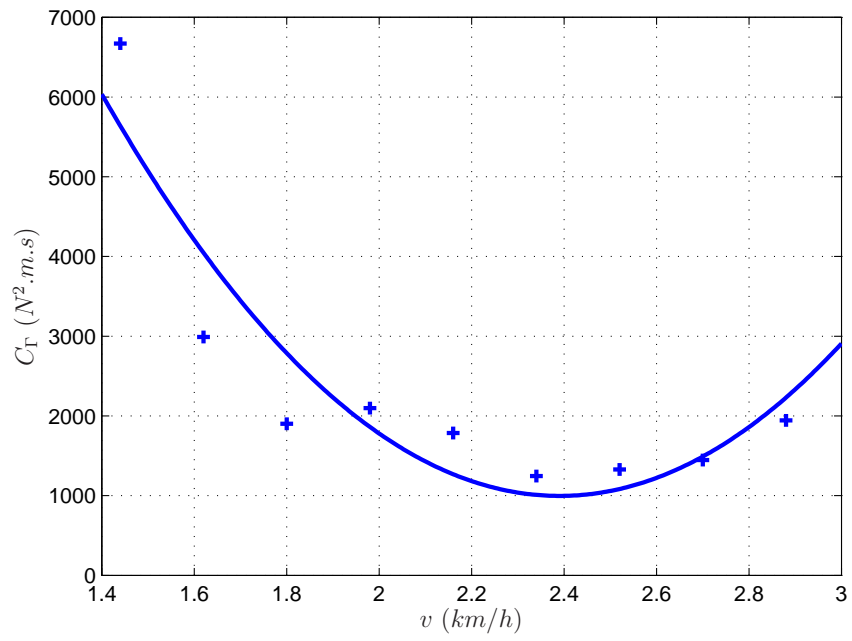


Figure 5.46: – Évolution du critère d'optimisation en fonction de vitesse de marche.

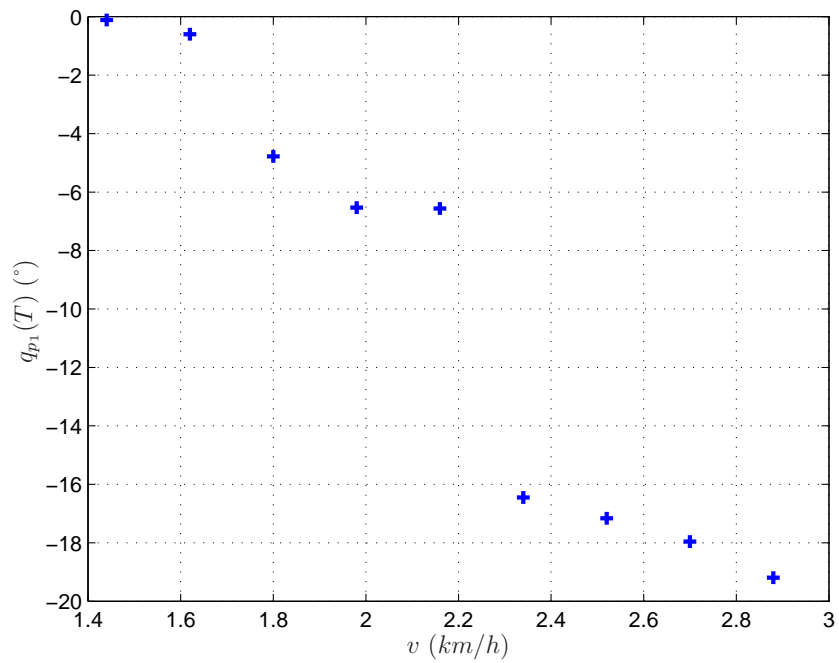


Figure 5.47: – Évolution de l'angle de rotation final du pied d'appui en fonction de la vitesse de marche.

que l'angle de rotation optimal du pied d'appui durant la phase sous actionnée augmente avec la vitesse de marche.

5.5 Utilisation de ressorts aux genoux

L'utilisation de mécanisme de stockage d'énergie permet de diminuer la consommation d'énergie. Un système de ressort en parallèle de l'actionneur, voir en remplacement d'un actionneur, tel que pour l'articulation des orteils [Kajita *et al.*, 2007], permettrait de jouer ce rôle. L'objectif de cette section est d'étudier la consommation d'énergie d'un robot bipède équipé d'articulations à 4-barres utilisant des ressorts. Dans cette étude nous considérons deux solutions de ressorts pour une articulation à 4-barres, représentées sur la figure 5.48. Dans un cas le ressort utilisé agit en torsion en parallèle de l'actionneur. Dans l'autre cas nous utilisons un ressort en parallèle agissant en extension sur la face avant du mécanisme à 4-barres.

Nous avons donc réalisé, à l'aide de la même méthode d'optimisation que dans la section 5.2 des trajectoires de type 1, composées uniquement de phases de simple appui séparées par des impacts impulsionnels en utilisant les deux types de ressorts. Afin de déterminer le coefficient de raideur optimal, nous incluons ce coefficient de raideur dans les paramètres d'optimisation pour chaque trajectoire. De plus, nous considérons que le coefficient de raideur peut être différent d'une jambe à l'autre. Tout ceci implique donc l'utilisation d'un système permettant de modifier la raideur des ressorts utilisés. On peut noter un nombre important de travaux cherchant à concevoir des articulations à raideur variable [English and Russel, 1999], [Hurst *et al.*, 2004], [Ghorbani and Wu, 2009], [Wolf and Hirzinger, 2008].

On peut donc voir, sur la figure 5.49, la consommation énergétique obtenue pour un robot bipède équipé d'articulations à 4-barres sur les genoux, avec ou sans ressort. On constate que l'utilisation des deux systèmes de ressort améliore sensiblement la consommation énergétique du robot bipède, notamment pour des vitesses faibles. Pour des vitesses supérieures à 2.4 km/h les ressorts en extension n'ont plus d'effet sur la consommation énergétique. A l'inverse, on constate que les ressorts en torsion diminuent fortement la consommation énergétique pour des vitesses de marche supérieures à 2.4 km/h .

Les figures 5.51 et 5.52 présentent l'évolution des coefficients de raideur des ressorts en fonction de la vitesse de marche, que l'on utilise un ressort en torsion ou en extension. On constate dans les deux cas que le coefficient de raideur du ressort de la jambe libre est faible pour toutes les vitesses, et que dans le cas du ressort en torsion il est proche de 0. L'utilisation de ressorts sur l'articulation du genou de la jambe en balancement n'a donc pas d'intérêt.

Dans le cas de l'utilisation de ressorts en torsion, on peut voir que le coefficient de raideur du ressort de la jambe d'appui varie de façon quasi linéaire en fonction de la vitesse. Dans

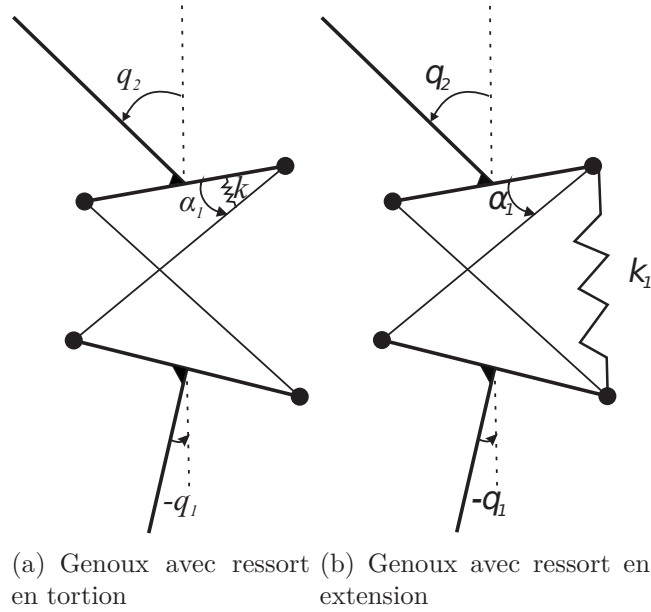


Figure 5.48: – Schéma de l'articulation à 4-barres avec les deux solutions de ressorts.

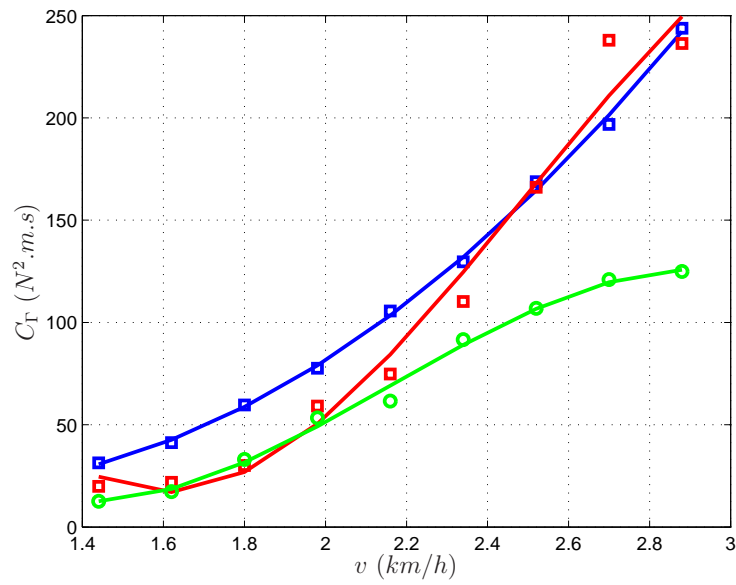


Figure 5.49: – Évolution de la consommation énergétique en fonction de la vitesse de marche. En bleu : robot à genoux 4-barres. En rouge : robot avec genoux 4-barres et ressorts en torsion. En vert : avec genoux 4-barres et ressorts en extension.



(a) Robot avec genoux 4-barres et ressorts en torsion (b) Robot avec genoux 4-barres et ressorts en extension

Figure 5.50: – Marche de type 1 pour une vitesse de marche de 2.2 km/h avec ressorts.

	pivot	4 barres	4 barres torsion	4 barres extension
Cheville 1	9.1	19.3	9.2	19.9
Cheville 2	0.1	9.2	0	0
Genou 1	17.1	14.5	14.5	13.4
Genou 2	2.7	2.3	3.1	6.1
Hanche 1	54.7	33.8	30.3	34.3
Hanche 2	16.3	20.9	42.9	26.3

Tableau 5.4: – Tableau de répartition des consommations d'énergie par articulation pour une vitesse de 2.2 km/h (en pourcentage de la consommation globale).

le cas du ressort en extension, on constate une propriété plus intéressante à savoir que le coefficient de raideur du ressort de la jambe en appui reste quasi constant à 115 N.m.rad^{-1} quelle que soit la vitesse. On peut donc envisager d'utiliser une articulation à 4-barres avec un ressort en extension à coefficient de raideur fixe, sachant qu'il sera nécessaire d'utiliser un système permettant de supprimer l'effet du ressort durant la phase de balancement.

La figure 5.53 présente l'évolution des couples articulaires pour une marche à 2.2 km/h pour un robot utilisant des articulations à 4-barres aux genoux, équipées des deux types de ressorts étudiés. On peut constater que, dans les deux cas d'utilisation de ressorts, l'ensemble des couples articulaires est largement en-dessous de la limite fixée par les actionneurs.

Le tableau 5.4 présente la répartition des consommations énergétiques entre les différentes articulations pour une vitesse de marche de 2.2 km/h en fonction du type d'articulation de genou utilisée.

La figure 5.54 présente l'évolution des composantes normale et tangentielle de la force de réaction du sol sur le pied d'appui pour une marche à 2.2 km/h pour un robot utilisant

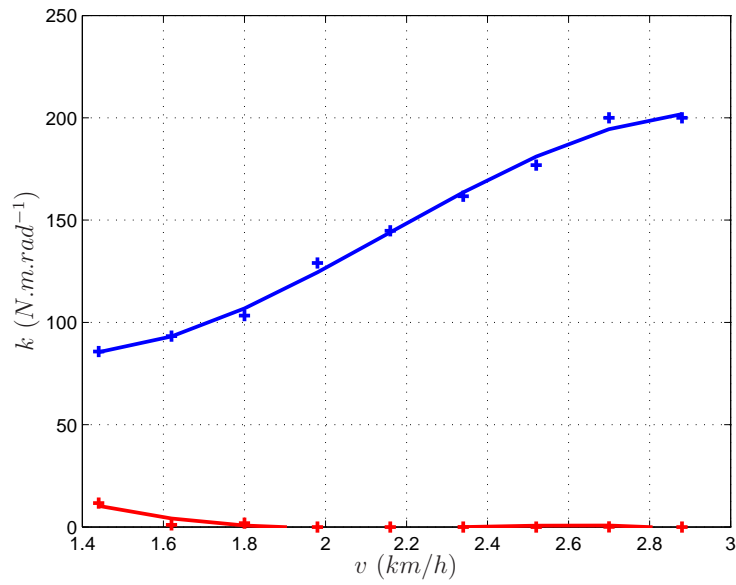


Figure 5.51: – Évolution du coefficient de raideur pour le cas des genoux à 4-barres équipés de ressorts en torsion. En bleu : genou de la jambe d'appui. En rouge : genou en balancement.

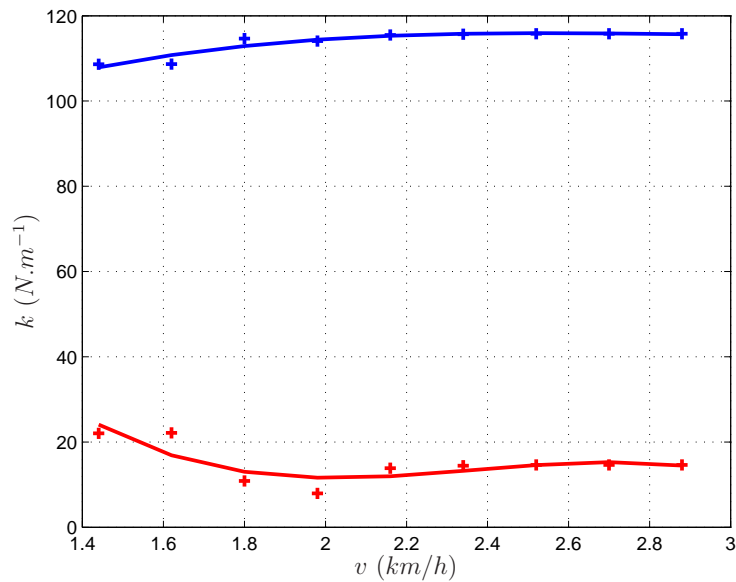


Figure 5.52: – Évolution du coefficient de raideur pour le cas des genoux à 4-barres équipés de ressorts en extension. En bleu : genou de la jambe d'appui. En rouge : genou en balancement.

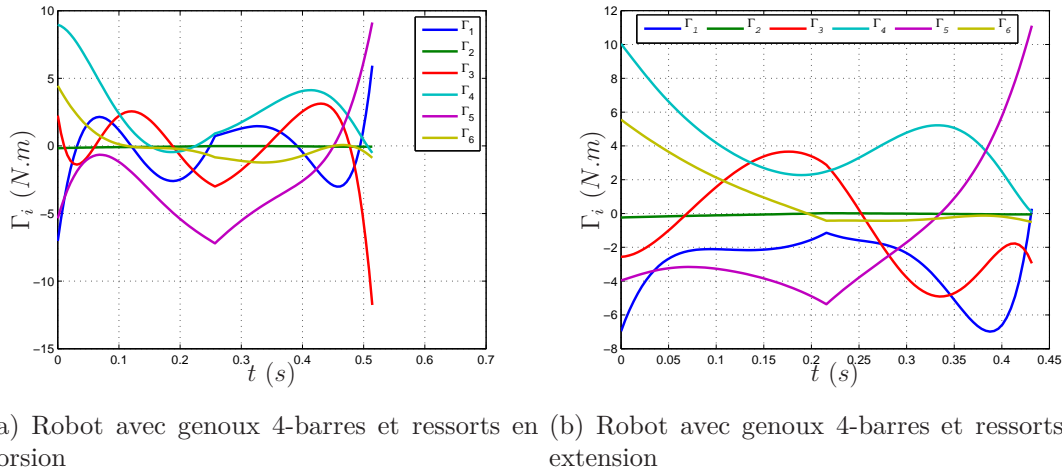


Figure 5.53: – Évolution des couples articulaires pour une vitesse de marche de 2.2 km/h

des genoux à 4-barres avec ressort en torsion ou en extension.

La figure 5.55 présente l'évolution ZMP du robot utilisant des genoux à 4-barres avec des ressorts en torsion et des ressorts en extension pour une vitesse de marche de 2.2 km/h. On peut constater que le comportement du ZMP est différent pour les deux types de ressorts, mais que sa position reste très éloignée des limites de la semelle.

5.6 Conclusion

Le travail présenté dans ce chapitre a permis de montrer l'intérêt de l'utilisation d'articulations à 4-barres pour le genou d'un robot bipède. Nous avons réalisé un ensemble de trajectoires de marche cyclique par optimisation paramétrique sur un robot équipé d'articulation à 4-barres aux genoux ainsi que sur un robot équipé d'articulations de type pivot aux genoux. Différentes allures de marche ont été étudiées avec et sans phase de double appui, et avec et sans phase de rotation sous-actionnée du pied d'appui sur son arête frontale. De plus, ces trajectoires de marche ont toutes été obtenues en considérant des impacts impulsionnels entre les différentes phases, ce qui n'avait pas été réalisé dans les études précédentes. Nous avons pu constater que l'utilisation d'articulations à 4-barres permettait de réduire la consommation énergétique pour les trajectoires de marche de type 1 et 2. Nous avons montré que l'utilisation d'articulations à 4-barres permet d'envisager de réduire la taille du réducteur utilisé pour l'actionnement de l'articulation du genou, dans le cas de l'utilisation d'un actionneur électrique couplé à un réducteur, ce qui n'est pas le cas du robot Hydroïd, et ainsi de réduire la masse du robot et donc la consommation énergétique.

Nous avons cherché à réaliser des trajectoires de marche de type 3 comportant une phase de simple appui sous-actionnée avec rotation du pied d'appui autour de la pointe du pied

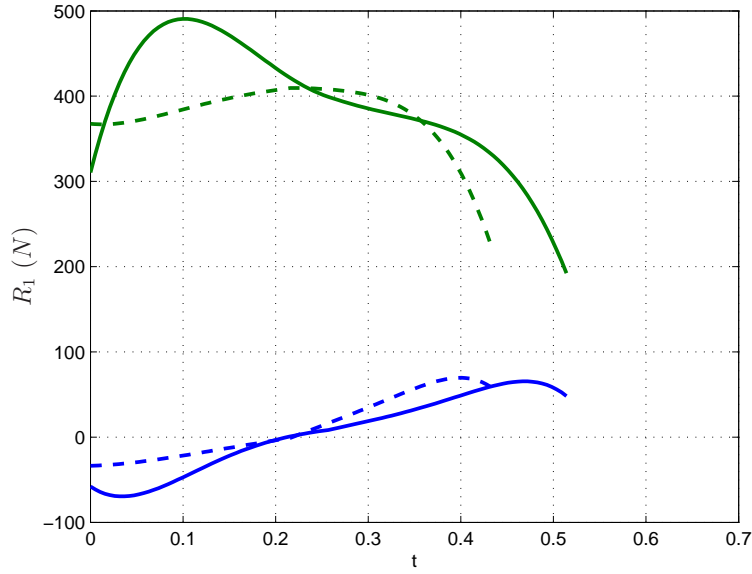


Figure 5.54: – Évolution des composantes normale et tangentielle de la force de réaction du sol pour une vitesse de 2.2 km/h . En bleu : Force tangentielle. En vert : Force Normale. Trait continu : robot avec ressorts en torsion. Trait pointillé : robot avec ressorts en extension.

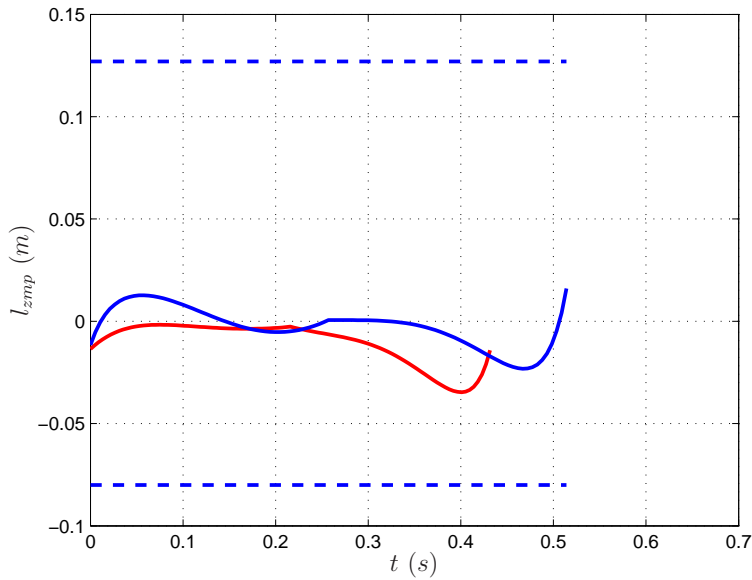


Figure 5.55: – Évolution du ZMP pour une vitesse de 2.2 km/h , pour un robot utilisant des genoux à 4-barres ressort. En bleu : robot avec ressorts en torsion, en rouge : robot avec ressorts en extension, en pointillé : limite de la semelle.

ainsi que des impacts impulsionnels. Nous avons pu constater que ce type de trajectoire est très complexe à obtenir mais qu'il était tout de même possible d'obtenir ce type de trajectoire de marche pour un robot équipé d'articulations à 4-barres en respectant l'ensemble des contraintes que nous avons définis.

Enfin, nous avons étudié l'impact énergétique de l'utilisation de ressorts sur les articulations à 4-barres des genoux. Nous avons pu constater que les ressorts en torsion en parallèle de l'actionneur permettent de diminuer sensiblement la consommation énergétique du robot sur des trajectoires de type 1. L'utilisation de ressorts en extension permet aussi une diminution de la consommation énergétique du robot plus faible que dans le cas de ressorts en torsion, mais avec un coefficient de raideur constant en fonction de la vitesse.

Conclusion et Perspectives

Conclusion

Au cours de ce travail, nous avons présenté l'anatomie du genou humain ainsi que les différents mouvements que l'on peut obtenir avec cette articulation. Nous avons rappelé que, dans le plan sagittal, l'articulation du genou humain effectue un mouvement de roulement-glissement au cours de la flexion. Ainsi, la position du centre de rotation instantanée varie en fonction de l'angle de flexion du genou. Ce type de mouvement ne peut être obtenu avec une articulation classiquement utilisée en robotique humanoïde.

A partir de ces observations, nous avons proposé, dans le chapitre 1, un mécanisme pour l'articulation du genou d'un robot bipède, constitué d'un mécanisme à 4-barres. Ce mécanisme, également utilisé pour les prothèses de genou, permet d'obtenir une articulation de genou dont la position du centre de rotation instantanée est variable.

Cette articulation étant constituée d'un mécanisme parallèle, nous avons effectué, dans le chapitre 2, une étude cinématique de cette articulation. Nous avons présenté une solution analytique pour résoudre les contraintes de boucles fermées et ainsi obtenir la position des corps de l'articulation à 4-barres en fonction de l'orientation du tibia et du fémur. De plus, nous avons présenté une étude des singularités d'un mécanisme à 4-barres. Nous avons ainsi montré que le choix de la configuration du genou où les barres latérales sont croisées permet d'augmenter le domaine articulaire accessible par cette articulation par rapport à l'autre solution de configuration à 4-barres, couramment utilisée pour les prothèses de genoux. Enfin, nous avons donné l'évolution du centre de rotation instantanée de l'articulation du genou et pu constater que le centre de rotation instantanée du genou évolue vers le bas et en arrière par rapport au fémur durant la flexion tout comme dans le cas du genou humain.

Le chapitre 3 nous a permis d'introduire les différents modèles dynamiques d'un robot bipède plan équipé d'articulations à 4-barres aux genoux utilisés pour générer des trajectoires de marche complexes. Nous avons rappelé que la modélisation dynamique d'un robot utilisant des mécanismes parallèles dans sa structure nécessite de prendre en compte les contraintes de boucles fermées pour tenir compte des forces internes aux genoux pour assurer la cohésion du mécanisme. De plus, nous avons introduit des modèles d'impacts impulsionnels en fonction du type d'impact du pied avec le sol ainsi que du comportement

du robot souhaité après l'impact. Nous avons ainsi proposé un modèle d'impact en fin de phase de double appui suivie d'une phase de simple appui avec pied à plat. Enfin, nous avons proposé un modèle d'impact permettant d'obtenir une phase de double appui à la suite d'une phase de simple appui, pied à plat ou non, en assurant uniquement que le pied en arrière reste en contact avec le sol sur la pointe.

Dans l'objectif d'identifier les avantages et inconvénients liés à l'utilisation des articulations à 4-barres pour les genoux d'un robot bipède, nous avons proposé, dans le chapitre 4, une méthode d'optimisation paramétrique pour générer des trajectoires de marche pour un robot bipède plan. Nous avons ainsi proposé une méthode pour générer trois types de trajectoires de marche différentes.

A l'aide de ces premiers chapitres, nous avons généré des trajectoires de marche pour les différents types de marche que nous avons définis dans le cadre d'un robot bipède plan équipé d'articulations pivots aux genoux ainsi que pour le cas d'un robot utilisant des articulations à 4-barres aux genoux. Au chapitre 5, nous avons ainsi pu comparer les comportements du robot bipède en fonction du type de trajectoire et du type d'articulation de genoux utilisés.

Dans le cas des trajectoires de marche de type 1, nous avons constaté que la consommation énergétique du robot bipède était plus faible en utilisant des genoux de type 4-barres. Ce gain énergétique est observable jusqu'à une vitesse de marche de $0.8m.s^{-1}$. Nous n'avons pas généré de mouvements de marche pour des vitesses supérieures. En effet, dans le cas du robot utilisant des articulations à 4-barres aux genoux, on observe que les vitesses articulaires générées ne respectent pas les spécificités des moteurs que nous avons définies en terme de vitesses articulaires. Cependant, nous avons constaté que les couples articulaires étaient plus faibles dans le cas du robot à genou de type 4-barres par rapport au robot utilisant des articulations pivots aux genoux. Il est donc envisageable de limiter la taille des réducteurs utilisés et ainsi d'obtenir des vitesses articulaires plus importantes tout en respectant les limites de couples. De plus, cette réduction des dimensions des réducteurs permettrait de diminuer la masse du robot et ainsi de réduire la consommation énergétique. De plus, nous avons pu constater que pour ce type de trajectoire, l'évolution de la position verticale du centre de masse du robot était moins importante dans le cas de l'utilisation de genoux à 4-barres.

De même, nous avons généré des trajectoires de type 2 pour les deux solutions d'articulations de genoux. Nous avons pu constater que la consommation d'énergie du robot était sensiblement plus faible dans le cas du robot à genou de type 4-barres. De plus, nous avons pu effectuer les mêmes observations que dans le cas des trajectoires de type 1, en terme de couples, de vitesses et de variation de la position du centre de masse. Enfin, nous avons observé que, dans le cas du robot utilisant des genoux à 4-barres, la phase de double appui est beaucoup plus importante en terme de consommation d'énergie que la phase de simple appui.

Nous avons testé l'algorithme d'optimisation sur les trajectoires de type 3 comportant des phases de simple appui sous-actionnées. Nous avons constaté que ce type de trajectoire s'avère difficile à réaliser mais qu'il était possible, dans le cas de l'utilisation d'articulations à 4-barres aux genoux, d'obtenir des trajectoires de marche de ce type. De plus, nous avons pu vérifier que la rotation du pied de support durant la phase sous actionnée augmente avec la vitesse de marche.

Enfin, nous avons proposé, pour améliorer les performances du robot utilisant des genoux de type 4-barres, l'ajout de ressorts. Nous avons proposé deux types de ressorts en parallèle de l'actionneur, en torsion, et en extension sur la face avant de l'articulation. Nous avons constaté sur des trajectoires de type 1 que ces deux solutions permettent de diminuer la consommation du robot bipède pour des vitesses inférieures à 2.4 km/h . Pour des vitesses plus importantes, seuls les ressorts en torsion permettent de limiter la consommation énergétique.

Nous avons donc, à travers cette thèse, proposé une articulation susceptible de reproduire le mouvement du genou humain et observé que la consommation énergétique d'un robot bipède plan est réduite en utilisant ce type d'articulation par rapport à la solution classique utilisée en robotique humanoïde, et ce, avec ou sans phase de double appui. Cette réduction de la consommation énergétique est due à une répartition énergétique différente et une possibilité de réaliser des trajectoires inaccessibles à un robot utilisant des genoux pivots.

Perspective

A la suite de cette thèse, différentes études seraient intéressantes à mener sur ce sujet. Dans un premier temps, la mise en place d'une trajectoire de marche avec une phase de simple appui comportant une partie avec rotation du pied d'appui, actionné dans le cas d'un robot possédant un pied en deux parties et un actionneur sur les orteils tel que le robot Hyrdoïd. De même, il serait possible, en continuant le travail en deux dimensions, de tester la possibilité de réaliser des phases de courses telles que celles déjà réalisées dans [Chevallereau and Aoustin, 2001], [Tajima *et al.*, 2009].

Un autre point important dans l'objectif de mettre en place ce type d'articulation du genou pour un robot bipède expérimental, serait de modéliser un robot en trois dimensions utilisant ce type d'articulations. Dans ce cadre, une question peut se poser sur le type d'articulation à utiliser. En effet, il est possible d'utiliser la même articulation qu'en deux dimensions et d'ajouter des degrés de liberté à ce mécanisme pour permettre de reproduire les mouvements du genou humain hors du plan sagittal. Le passage à un modèle en trois dimensions nous permettrait également d'étudier la possibilité de commander un robot bipède avec ce type d'articulation.

De plus, il serait intéressant, à partir de mesures du déplacement du centre de rotation instantanée réalisées sur le genou humain, de dimensionner plus précisément un mécanisme

à 4-barres pour reproduire fidèlement le mouvement du genou humain. Ce type de mesures pouvant être réalisé notamment à l'aide d'un procédé par goniométrie tel que cela a été réalisé dans [Cai *et al.*, 2010]. Il serait alors intéressant d'étudier la possibilité de reproduire des mouvements de marche humaine enregistrés par capture de mouvement pour un robot utilisant des articulations à 4-barres, sachant que la cinématique du robot bipède serait alors plus proche du corps humain.

Cependant, il est envisageable qu'une solution pour reproduire un mouvement humain par un robot serait de reproduire ce type d'étude pour les autres articulations des membres locomoteurs, et ainsi proposer une cinématique des jambes susceptible de reproduire plus précisément les mouvements enregistrés. On notera par exemple les travaux de Leardini sur la conception d'une articulation de cheville qui s'avère très différente d'une liaison rotule couramment utilisée en robotique bipède [Leardini *et al.*, 1999].

Enfin, il pourrait être intéressant d'étudier la possibilité d'utiliser des actionneurs compliants ou un actionnement par câbles, la forme de l'articulation à 4-barres ainsi que son fonctionnement se prêtant bien à un actionnement antagoniste. Il est en effet simple de fixer de chaque côté du plateau tibial un actionneur (barre du bas de l'articulation à 4-barres).

Appendices

Annexe A

Positions des centres de masse du robot bipède

La détermination de la position des centres de masses de l'ensemble des corps d'un robot bipède est nécessaire pour le calcul du modèle dynamique inverse ainsi qu'un grand nombre d'éléments utilisés dans cette étude. Nous allons dans cette partie présenter pour les deux solutions d'articulations du genou, le calcul de la position des centres de masses dans un repère d'origine.

A.1 Cas du robot bipède équipé d'une articulation pivot aux genoux

A.1.1 Présentation du robot avec articulations pivots aux genoux

Le robot équipé d'une articulation pivot au genou est présenté sur la figure A.1. Il est composé de deux pieds, deux tibias, deux fémurs ainsi que d'un tronc. Toutes les articulations sont considérées comme étant des articulations pivots.

A.1.2 Positions des centres de masse

Afin de calculer le modèle dynamique du bipède il est nécessaire de déterminer la position des centres de masses de chaque corps. Nous donnerons dans la suite la position des centres de masses des corps en utilisant les coordonnées des hanches lors de la définition du modèle dynamique en double support et du modèle d'impact. Ainsi, la position des

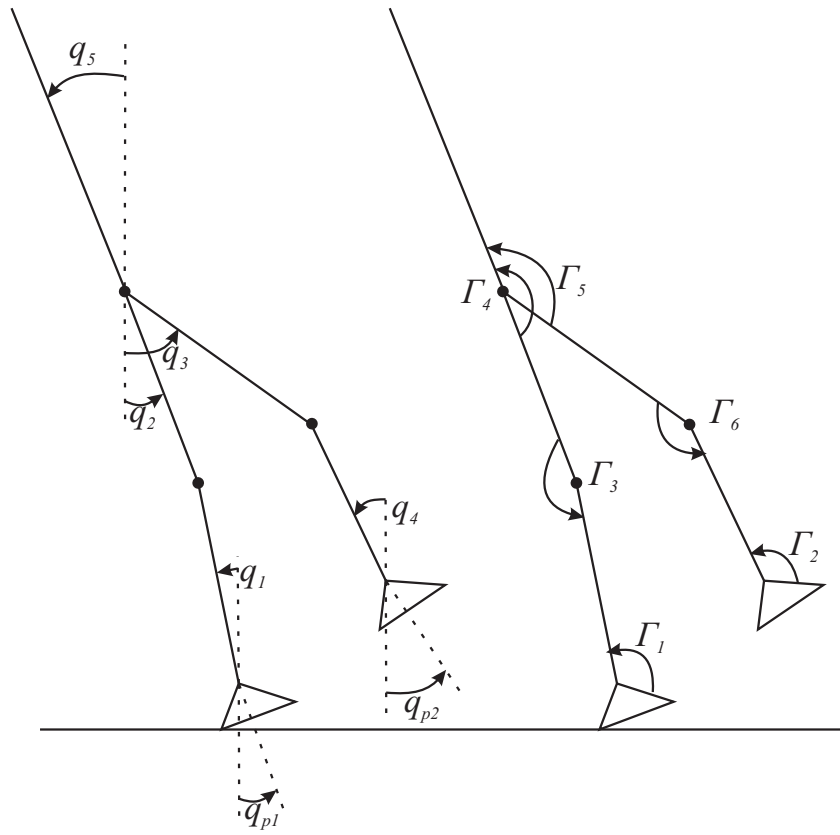


Figure A.1: – Représentation du robot bipède équipé d’une articulation pivot aux genoux.

centres de masses des corps est donnée par :

$$\begin{aligned}
\mathbf{P}_1 &= [x_h + l_2 \sin(q_2) + s_1 \sin(q_1); y_h - l_2 \cos(q_2) - s_1 \cos(q_1)] \\
\mathbf{P}_2 &= [x_h + s_2 \sin(q_2); y_h - s_2 \cos(q_2)] \\
\mathbf{P}_3 &= [x_h + s_3 \sin(q_3); y_h - s_3 \cos(q_3)] \\
\mathbf{P}_4 &= [x_h + l_3 \sin(q_3) + s_4 \sin(q_4); y_h - l_3 \cos(q_3) - s_4 \cos(q_4)] \\
\mathbf{P}_5 &= [x_h - s_5 \sin(q_5); y_h + s_5 \cos(q_5)] \\
\mathbf{Pied}_1 &= [x_h + l_2 \sin(q_2) + l_1 \sin(q_1) + s_{p1x} \cos(q_{p1}) + s_{p1z} \sin(q_{p1}); \\
&\quad y_h - l_2 \cos(q_2) - l_1 \cos(q_1) + s_{p1x} \sin(q_{p1}) - s_{p1z} \cos(q_{p1})] \\
\mathbf{Pied}_2 &= [x_h + l_3 \sin(q_3) + l_4 \sin(q_4) + s_{p2x} \cos(q_{p2}) + s_{p2z} \sin(q_{p2}); \\
&\quad y_h - l_3 \cos(q_3) - l_4 \cos(q_4) - s_{p2x} \sin(q_{p2}) - s_{p2z} \cos(q_{p2})]
\end{aligned} \tag{A.1}$$

l_i correspond à la longueur au corps i . s_i correspond à la position du centre de masse au corps i par rapport à son extrémité proximale (la plus proche du tronc). A partir de ces positions nous allons pouvoir déterminer l'expression de l'énergie cinétique totale du robot et celle de l'énergie potentielle totale du robot, ce qui nous permettra de déterminer les expressions des différents éléments du modèle dynamique sous la forme de Lagrange. Ces expressions nous permettront aussi de déterminer une expression analytique de la force de réaction du sol ainsi que de différents éléments utilisés dans cette étude.

A.2 Cas du robot bipède à articulations 4-barres

Le robot équipé d'articulations à 4-barres aux genoux est présenté sur la figure A.2 avec une vue détaillée de l'articulation de genou à 4-barres sur la figure A.3.

A.2.1 Présentation du robot

A.2.2 Positions des centres de masses

Afin de déterminer la position des centres de masses de l'ensemble des corps du robot dans le repère d'origine, nous utilisons, comme dans le cas du robot équipé d'articulations de type pivot aux genoux, la position de la hanche $[x_h, y_h]$ dans le repère d'origine comme base. Ainsi la position des centres de masses est donnée par :

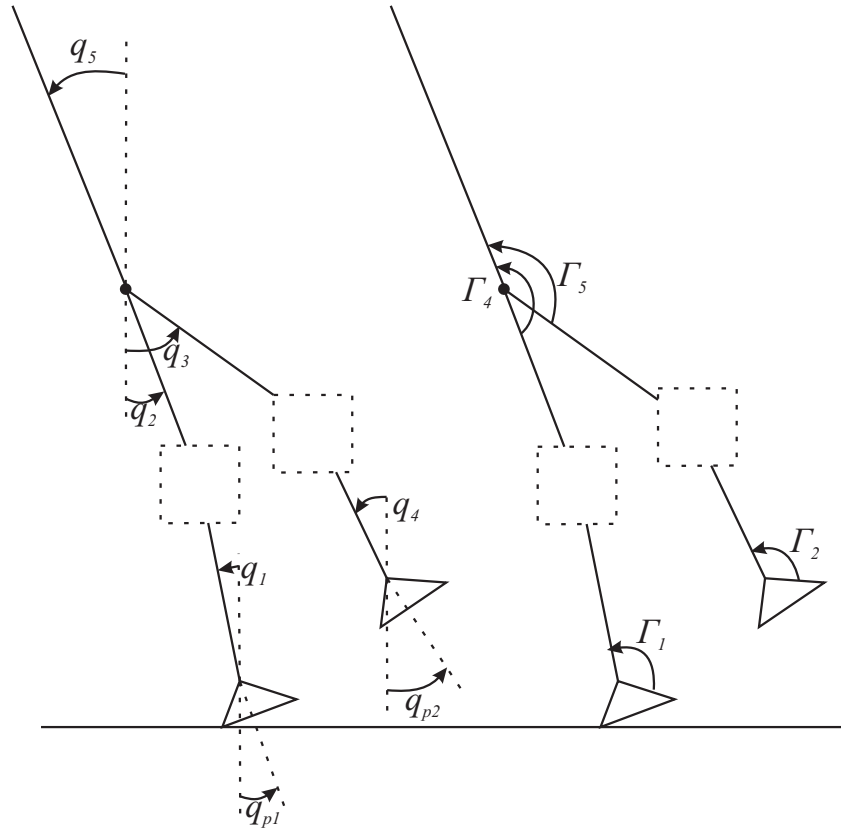


Figure A.2: – Représentation du robot bipède équipé d'articulations à 4-barres aux genoux.

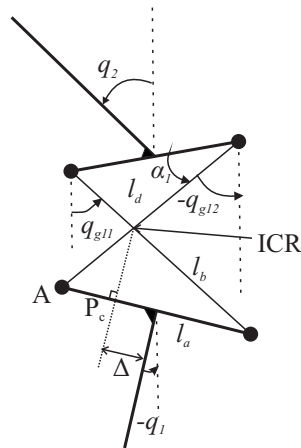


Figure A.3: – Représentation d'une articulation du genou à 4-barres.

$$\mathbf{P}_1 = [x_h + l_2 \sin(q_2) - l_c/2 \cos(q_2) + l_d \sin(q_{g12}) + l_a/2 \cos(q_1) + s_1 \sin(q_1); \\ z_h - l_2 \cos(q_2) + l_c/2 \sin(q_2) - l_d \cos(q_{g12}) + l_a/2 \sin(q_1) - s_1 \cos(q_1)]$$

$$\mathbf{P}_{g11} = [x_h + l_2 \sin(q_2) - l_c/2 \cos(q_2) + s_{g11} \sin(q_{g11}); \\ y_h - l_2 \cos(q_2) + l_c/2 \sin(q_2) - s_{g11} \cos(q_{g11})]$$

$$\mathbf{P}_{g12} = [x_h + l_2 \sin(q_2) - l_c/2 \cos(q_2) + s_{g12} \sin(q_{g12}); \\ y_h - l_2 \cos(q_2) + l_c/2 \sin(q_2) - s_{g12} \cos(q_{g12})]$$

$$\mathbf{P}_2 = [x_h + s_2 \sin(q_2); y_h - s_2 \cos(q_2)]$$

$$\mathbf{P}_3 = [x_h + s_3 \sin(q_3); y_h - s_3 \cos(q_3)]$$

$$\mathbf{P}_{g21} = [x_h + l_3 \sin(q_3) - l_c/2 \cos(q_3) + s_{g21} \sin(q_{g21}); \\ y_h - l_3 \cos(q_3) + l_c/2 \sin(q_3) - s_{g21} \cos(q_{g21})]$$

$$\mathbf{P}_{g22} = [x_h + l_3 \sin(q_3) - l_c/2 \cos(q_3) + s_{g22} \sin(q_{g22}); \\ y_h - l_3 \cos(q_3) + l_c/2 \sin(q_3) - s_{g22} \cos(q_{g22})]$$

$$\mathbf{P}_4 = [x_h + l_3 \sin(q_3) - l_c/2 \cos(q_3) + l_d \sin(q_{g22}) + l_a/2 \cos(q_4) + s_4 \sin(q_4); \\ y_h - l_3 \cos(q_3) + l_c/2 \sin(q_3) - l_d \cos(q_{g22}) + l_a/2 \sin(q_4) - s_4 \cos(q_4)]$$

$$\mathbf{P}_5 = [x_h - s_5 \sin(q_5); y_h + s_5 \cos(q_5)]$$

$$\mathbf{Pied}_1 = [x_h + l_2 \sin(q_2) - l_c \cos(q_2) + l_d \sin(q_{g12}) + l_a/2 \cos(q_1) + l_1 \sin(q_1) + \\ s_{p1x} \cos(q_{p1}) + s_{p1z} \sin(q_{p1}); \\ y_h - l_2 \cos(q_2) + l_c/2 \sin(q_1) - l_d \cos(q_{g12}) + l_a/2 \sin(q_1) - l_1 \cos(q_1) + \\ s_{p1x} \sin(q_{p1}) - s_{p1z} \cos(q_{p1})]$$

$$\mathbf{Pied}_2 = [x_h + l_3 \sin(q_3) - l_c/2 \cos(q_3) + l_d \sin(q_{g22}) + l_a/2 \cos(q_4) + l_4 \sin(q_4) + \\ s_{p2x} \cos(q_{p2}) + s_{p2z} \sin(q_{p2}); \\ y_h - l_3 \cos(q_3) + l_c/2 \sin(q_3) - l_d \cos(q_{g22}) + l_a/2 \sin(q_4) - l_4 \cos(q_4) + \\ s_{p2x} \sin(q_{p2}) - s_{p2z} \cos(q_{p2})]$$

(A.2)

où les éléments P_{gji} correspondent aux centres de masses des éléments latéraux des genoux à 4-barres. L'indice j indique la jambe qui est concernée et l'indice i dénote l'élément du genou.

Annexe B

Modèles d'un robot bipède avec genoux de type pivot

B.1 Modèle dynamique en phase de simple support

Durant la phase de simple support on considère que le pied en appui est lié au sol. Ainsi, il est possible de définir un modèle dynamique dit "réduit" sous la forme de Lagrange :

$$\mathbf{A}_r(\mathbf{q}_r)\ddot{\mathbf{q}}_r + \mathbf{C}_r(\mathbf{q}_r)\dot{\mathbf{q}}_r + \mathbf{Q}_r(\mathbf{q}_r) = \mathbf{D}_r\Gamma \quad (\text{B.1})$$

$\mathbf{A}_r(\mathbf{q}_r)$ représente la matrice inertielle 6x6. $\mathbf{C}_r(\mathbf{q}_r)$ est la matrice 6x6 des effets centrifuge et Coriolis. $\mathbf{Q}_r(\mathbf{q}_r)$ est le vecteur 6x6 des effets de gravité. \mathbf{D}_r est une matrice 6x6 constituée de 0 et de ± 1 . Elle permet de prendre en compte la différence entre les angles absolus et les angles actionnés.

Ce modèle n'est valable que si le pied d'appui ne glisse pas et ne décolle pas du sol.

Le calcul de la matrice \mathbf{D}_r s'effectue à l'aide du principe des travaux virtuels et dépend essentiellement du type d'actionnement envisagé. Dans notre cas, on considère un actionnement sur les angles relatifs entre les différents corps. Ainsi, si l'on note θ_i les angles actionnés, on peut écrire les travaux virtuels agissant sur le robot comme :

$$W = \sum_{i=1}^6 \Gamma_i \delta\theta_i \quad (\text{B.2})$$

Sachant que :

$$\begin{cases} \delta\theta_1 = \delta q_1 \\ \delta\theta_2 = \delta q_4 - \delta q_{p2} \\ \delta\theta_3 = \delta q_1 - \delta q_2 \\ \delta\theta_4 = \delta q_5 - \delta q_2 \\ \delta\theta_5 = \delta q_5 - \delta q_3 \\ \delta\theta_6 = \delta q_4 - \delta q_3 \end{cases} \quad (\text{B.3})$$

La matrice \mathbf{D}_r s'obtient alors par dérivation des travaux virtuels tels que :

$$\mathbf{D}_r = \frac{\partial^2 W}{\partial \Gamma \partial \delta \mathbf{q}} \quad (\text{B.4})$$

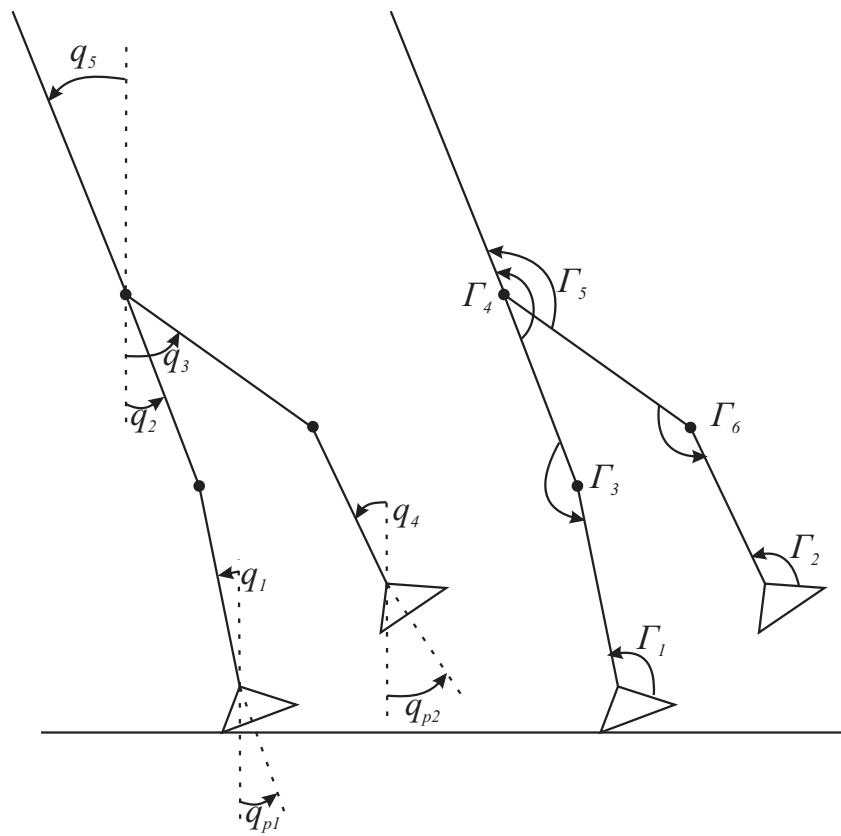


Figure B.1: – Représentation d'un robot bipède dans le plan sagittal.

Ainsi, dans le cas d'un robot bipède plan équipé d'articulations pivots aux genoux, la matrice d'actionnement \mathbf{D}_Γ est égale à :

$$\mathbf{D}_\Gamma = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.5})$$

B.2 Modèle dynamique en phase de double support

Durant la phase de double appui les deux pieds sont en contact avec le sol. Le robot se trouve alors dans une phase sur-actionnée. Le modèle dynamique complet du robot peut alors s'écrire ainsi :

$$\begin{aligned} \mathbf{A}(\mathbf{X})\ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{H}(\mathbf{X}, \dot{\mathbf{X}}) &= \mathbf{D}_\Gamma \Gamma + \mathbf{J}_1^t \mathbf{R}_1 + \mathbf{J}_2^t \mathbf{R}_2 \\ \mathbf{J}_1 \dot{\mathbf{X}} &= 0 \\ \mathbf{J}_2 \dot{\mathbf{X}} &= 0 \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

ici \mathbf{J}_1 est la matrice jacobienne 2x9 calculée au talon du pied en avant. \mathbf{J}_2 est la matrice jacobienne 2x9 calculée à la pointe du pied en arrière.

Ce système d'équations possède une infinité de solutions. Afin de résoudre ce problème, nous allons fixer une des composantes de la réaction du sol dur le pied en arrière (\mathbf{R}_2). En considérant que le robot est lié au sol au niveau du talon du pied avant par une liaison parfaite de type rotoïde, il est possible de définir le modèle dynamique réduit suivant :

$$\begin{aligned} \mathbf{A}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{H}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) &= \mathbf{D}_\Gamma \Gamma + \mathbf{J}_2^t \mathbf{R}_2 \\ \mathbf{J}_2 \dot{\mathbf{X}} &= 0 \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

Nous avons choisi de prescrire l'évolution de la composante tangentielle de la réaction du sol sur le pied en arrière noté R_{2x} . Ainsi, il est possible de résoudre le système d'équations B.7 avec :

$$\begin{bmatrix} \Gamma \\ R_{2y} \end{bmatrix} = [\mathbf{D}_\Gamma \mathbf{J}_2(2, :)]^{-1} (\mathbf{A}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{H}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - \mathbf{J}_2(1, :)\mathbf{R}_{2x}) \quad (\text{B.8})$$

De plus, en effectuant le bilan des efforts au centre de masse du robot, on obtient :

$$R_{1x} = M \ddot{x}_g - R_{2y} \quad (\text{B.9})$$

$$R_{1y} = M \ddot{y}_g + M g - R_{2y} \quad (\text{B.10})$$

De la même manière qu'en phase de simple appui, ce modèle n'est valable que si les deux pieds ne glissent pas et ne décollent pas du sol. Il est donc nécessaire de vérifier que les réactions du sol sur le robot sont bien contenues dans le cône de frottement défini dans eq. 3.17.

B.3 Modèle d'impact

Dans cette partie, nous abordons le problème de la gestion des impacts qui apparaît sur certains types d'allures de marche. Nous avons choisi de considérer des impacts impulsionnels.

Nous allons donc présenter dans les prochains paragraphes, les différents modèles d'impact envisagés, ainsi que leurs solutions.

B.3.1 Impact à la fin de la phase de double appui

A la fin de la phase de double appui le pied avant arrive en contact pied à plat sur le sol et le pied arrière décolle du sol. L'impact est résolu par le système suivant :

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{X}}^+ \\ \mathbf{I}_{\mathbf{R}_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & -\mathbf{J}_1^t \\ \mathbf{J}_1 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{A}\dot{\mathbf{X}}^- \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.11})$$

\mathbf{J}_1 est la matrice jacobienne 3x9 calculée à la cheville du pied avant (position et non rotation). Ce modèle d'impact nous permet de calculer les vitesses en début de phase de simple appui en fonction des vitesses en fin de phase de double appui.

B.3.2 Impact à la fin de la phase de simple appui

A la fin de la phase de simple appui le pied libre touche le sol sur son talon. Nous considérons ici un impact impulsif entre deux corps rigides. Afin de garantir que le pied avant reste au sol sur le talon et que le pied arrière reste au sol sur la pointe nous définissons le modèle d'impact suivant :

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{X}}^+ \\ \mathbf{I}_{\mathbf{R}_1} \\ \mathbf{I}_{\mathbf{R}_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & -\mathbf{J}_1^t & -\mathbf{J}_2^t \\ \mathbf{J}_1 & 0 & 0 \\ \mathbf{J}_2 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{A}\dot{\mathbf{X}}^- \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.12})$$

\mathbf{J}_1 et \mathbf{J}_2 correspondent aux matrices jacobienes 2x9 calculées à la pointe du pied arrière et au talon du pied avant. Ce modèle d'impact nous permet de calculer les vitesses en début de phase de double appui en fonction des vitesses en fin de phase de simple appui.

Annexe C

Modèle géométrique inverse en phase de double appui

C.1 Calcul des angles q_{p1} et q_{p2} en phase de double appui

Durant la phase de double appui le robot est en appui sur le talon du pied avant et sur la pointe du pied arrière. La génération de ce type de trajectoire nécessite d'assurer à chaque instant du double appui ces hypothèses de contact. Pour cela, nous calculons l'évolution de l'orientation des deux pieds en fonction de l'orientation des autres corps du bipède, afin d'assurer le contact pointe-talon. Les deux équations de contraintes qui régissent ces contacts sont données par $F_x = 0$:

$$l_p \cos(q_{p1}) - H_p \sin(q_{p1}) + A_x(q_1, q_2, q_3, q_4) + H_p \sin(q_{p2}) + (L_p - l_p) \cos(q_{p2}) + d = 0 \quad (C.1)$$

et $F_z = 0$:

$$l_p \sin(q_{p1}) + H_p \cos(q_{p1}) + A_z(q_1, q_2, q_3, q_4) - H_p \cos(q_{p2}) - l_p \sin(q_{p2}) = 0 \quad (C.2)$$

où d correspond à la distance entre la pointe du pied arrière et le talon du pied avant durant la phase de double appui et :

$$A_x = -l_1 \sin(q_1) - \frac{l_a}{2} \cos(q_1) - l_d \sin(q_{g12}) - \frac{l_c}{2} \cos(q_2) - l_2 \sin(q_2) + l_3 \sin(q_3) + \frac{l_c}{2} \cos(q_3) + l_d \sin(q_{g22}) + \frac{l_a}{2} \cos(q_4) + l_4 \sin(q_4) \quad (C.3)$$

et :

$$A_z = l_1 \cos(q_1) - \frac{l_a}{2} \sin(q_1) + l_d \cos(q_{g12}) - \frac{l_c}{2} \sin(q_2) + l_2 \cos(q_2) - l_3 \cos(q_3) + \frac{l_c}{2} \sin(q_3) - l_d \cos(q_{g22}) + \frac{l_a}{2} \sin(q_4) - l_4 \cos(q_4) \quad (C.4)$$

La résolution des équations C.1 et C.2 peut se faire par la méthode de Paul. Ces deux équations forment un système de type 7 tel que :

$$\begin{cases} W_1 \cos(q_{p1}) + W_2 \sin(q_{p1}) = X \cos(q_{p2}) + Y \sin(q_{p2}) + Z_1 \\ W_1 \sin(q_{p1}) - W_2 \cos(q_{p1}) = X \sin(q_{p2}) - Y \cos(q_{p2}) + Z_2 \end{cases} \quad (C.5)$$

où $W_1 = l_p$, $W_2 = -H_p$, $X = -(L_p - l_p)$, $Y = -H_p$, $Z_1 = d - A_x$, $Z_2 = -A_z$. On trouve alors la solution de q_{p2} en posant :

$$\begin{cases} B_1 = 2 (Z_1 Y + Z_2 X) \\ B_2 = 2 (Z_1 X - Z_2 Y) \\ B_3 = W_1^2 + W_2^2 - X^2 - Y^2 - Z_1^2 - Z_2^2 \end{cases} \quad (C.6)$$

Sachant que :

$$\begin{cases} \sin(q_{p2}) = \frac{B_1 B_3 + e B_2 \sqrt{B_1^2 + B_2^2 - B_3^2}}{B_1^2 + B_2^2} \\ \cos(q_{p2}) = \frac{B_2 B_3 + e B_1 \sqrt{B_1^2 + B_2^2 - B_3^2}}{B_1^2 + B_2^2} \end{cases} \quad (C.7)$$

où $e = \pm 1$ permet de choisir entre les deux solutions du modèle géométrique inverse. On obtient :

$$q_{p2} = \tan^{-1} \left(\frac{\sin(q_{p2})}{\cos(q_{p2})} \right) \quad (C.8)$$

La solution pour q_{p1} s'obtient alors par la résolution d'un système de type 3 tel que :

$$\begin{cases} V_1 \sin(q_{p1}) + U_1 \cos(q_{p1}) = F_1 \\ V_2 \sin(q_{p1}) + U_2 \cos(q_{p1}) = F_2 \end{cases} \quad (C.9)$$

où $V_1 = W_2$, $U_1 = W_1$, $V_2 = W_1$, $U_2 = -W_2$ et :

$$\begin{cases} Z_1 = X \cos(q_{p2}) + Y \sin(q_{p2}) + Z_1 \\ Z_2 = X \sin(q_{p2}) - Y \cos(q_{p2}) + Z_2 \end{cases} \quad (C.10)$$

Sachant que :

$$\begin{cases} \sin(q_{p1}) = \frac{Z_1 Y_2 - Z_2 Y_1}{X_1 Y_2 - X_2 Y_1} \\ \cos(q_{p1}) = \frac{Z_2 X_1 - Z_1 X_2}{X_1 Y_2 - X_2 Y_1} \end{cases} \quad (C.11)$$

Alors :

$$q_{p1} = \tan^{-1} \left(\frac{\sin(q_{p1})}{\cos(q_{p1})} \right) \quad (C.12)$$

De la même manière, il est possible de calculer les vitesses et les accélérations absolues des deux pieds en fonction des vitesses et des accélérations des autres corps du bipède dérivant les équations de contraintes du double appui C.1, C.2 . Notons $\mathbf{q} =$

$[q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_{g11}, q_{g12}, q_{g21}, q_{g22}]^t$ et $\mathbf{q_p} = [q_{p1}, q_{p2}]^t$ ainsi que $\mathbf{F} = [F_x, F_z]^t$. Alors on obtient :

$$\dot{\mathbf{q_p}} = - \left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{q_p}} \right)^{-1} \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{q}} \dot{\mathbf{q}} \quad (\text{C.13})$$

$$\ddot{\mathbf{q_p}} = - \left(\frac{\partial^2 \mathbf{F}}{\partial^2 \mathbf{q_p}} \right)^{-1} \frac{\partial^2 \mathbf{F}}{\partial \mathbf{q}^2} \ddot{\mathbf{q}} \quad (\text{C.14})$$

Bibliographie

- [Aglietti *et al.*, 2006] P. Aglietti, Michel Bonnin, Pierre Chambat, , and A. Baldini , *Les prothèses de genou à plateau mobile*, pp. 658–677 Approche pratique en orthopédie-traumatologie. Springer Paris, 2006.
- [Alfayad, 2009] S. Alfayad , *Robot humanoïde HYDROïD : Actionnement, Structure Cinématique et Stratégie de contrôle* , Thèse de Doctorat, Université de Versailles Saint-Quentin, 2009.
- [Aoustin and Formal'sky, 2003] Y. Aoustin and A. Formal'sky , « Control design for a biped reference trajectory based on driven angles as functions of the undriven angle », *Journal of Computer and System Sciences International*, vol. 42, no. 4, pp. 159–176, 2003.
- [Appell, 1931] Paul Appell , *Dynamique des Systèmes - Mécanique Analytique* Gauthiers-Villars, 1931.
- [Asano *et al.*, 2005] F. Asano, Z.W. Luo, and S.H. Hyon , « Parametric excitation mechanisms for dynamic bipedal walking », In *Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 609–615, 2005.
- [Bawab *et al.*, 1997] S. Bawab, S. Sabada, U. Srinivasan, G. L. Kinzel, and K.J. Waldron , « Automatic syntesis of crank driven four-bar lechanisms for two, three, or four-position motion generation », *Jouranl of mechanical design , transaction of ASME*, vol. 119, pp. 225–231, 1997.
- [Bessonnet *et al.*, 2004] Guy Bessonnet, Stephane Chesse, and Philippe Sardain , « Optimal Gait Synthesis of a Seven-Link Planar Biped », *The International Journal of Robotics Research*, vol. 23, no. 10-11, pp. 1059–1073, 2004.
- [Bessonnet *et al.*, 2005] G. Bessonnet, P. Seguin, and P. Sardain , « A Parametric Optimization Approach to Walking Pattern Synthesis », *The International Journal of Robotics Research*, vol. 24, no. 7, pp. 523–536, 2005.
- [Blankevoort and Huiskes, 1996] L. Blankevoort and R. Huiskes , « Validation of a three-dimensional model of the knee », *Journal of Biomechanics*, vol. 29, no. 7, pp. 955 – 961, 1996.

- [Bobrow *et al.*, 2006] J.E. Bobrow, F.C. Park, and A. Sideris , *Recent Advances on the Algorithmic Optimization of Robot Motion*, volume 340 of *Lecture Notes in Control and Information Sciences*, pp. 21–41 Springer Berlin / Heidelberg, 2006.
- [Boor, 1978] Carl. De Boor , *A practical guide to splines* Springer-Verlag, 1978.
- [Bradley *et al.*, 1988] J. Bradley, D. FitzPatrick, D. Daniel, T. Shercliff, and J. O'Connor , « Orientation of the cruciate ligament in the sagittal plane », *The Journal of bone and joint surgery*, vol. 70-B, pp. 94–99, 1988.
- [Cai *et al.*, 2010] V.A. Cai, B. Bru, P. Bidaud, V. Hayward, and V. Pasqui , « Experimental evaluation of a goniometer for the identification of anatomical joint motions », In *Proceedings of the Thirteenth International Conference on Climbing and Walking Robots and the Support Technologies for Mobile Machines*, pp. 1255–1262, 2010.
- [Chevalier, 2004] L. Chevalier , *Mécanique des systèmes et des milieux déformables* ellipses, 2004.
- [Chevallereau *et al.*, 2003a] C. Chevallereau, G. Abba, Y. Aoustin, F. Plestan, E.R. Westervelt, C. Canu, D. de Wit, and J.W. Grizzle , « Rabbit : a testbed for advanced control theory », *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 23, no. 5, pp. 57–79, 2003.
- [Chevallereau and Aoustin, 2001] C. Chevallereau and Y. Aoustin , « Optimal reference trajectories for walking and running of a biped robot », *Robotica*, vol. 19, no. 5, pp. 557–569, 2001.
- [Chevallereau *et al.*, 2009] C. Chevallereau, G. Bessonnet, G. Abba, and Y. Aoustin , *Bipedal Robots* ISTE Wiley, 2009.
- [Chevallereau *et al.*, 2003b] C. Chevallereau, A. Formal'skii, and D. Djoudi , « Tracking of a joint path for the walking of an under actuated biped », *Robotica*, vol. 22, no. 1, pp. 15–28, 2003.
- [Collins *et al.*, 2001] S.H. Collins, M. Wisse, and A. Ruina , « A three-dimensional passive-dynamic walking robot with two legs and knees », *The International Journal of Robotics Research*, vol. 20, no. 7, pp. 607–615, 2001.
- [Dasgupta and Nakamura, 1999] A. Dasgupta and Y. Nakamura , « Making feasible walking motion of humanoid robots from human motion capture data », In *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation 1999*, 1999.
- [de Leva, 1996] P. de Leva , « Adjustments to zatsiorsky-seluynao's segment inertia parameters », *J. Biomechanics*, vol. 29, no. 9, pp. 1223–1230, 1996.
- [Dempster, 1955] W.T Dempster , « Space requirements of seated operator », Technical Report, University of Michigan, 1955.
- [Doriot, 2001] N. Doriot , *Modélisation dynamique du membre inférieur pour l'estimation des forces articulaires et musculaires mises en jeu pendant la phase d'appui de la marche* , Thèse de Doctorat, Université Claude Bernard - Lyon 1, 2001.

- [Dye, 1987] S.F Dye , « An evolutionary perspective of the knee », *The Journal of Bone and Joint Surgery*, vol. 69, no. 7, pp. 976–983, 1987.
- [English and Russel, 1999] S.E. English and D. Russel , « Mechanics and stiffness limitations of a variable stiffness actuator for use in prosthetic limbs », *Mechanism and Machine Theory*, vol. 34, pp. 7–25, 1999.
- [Feikes *et al.*, 2003] J. D. Feikes, J. J. O'Connor, and A. B. Zavatsky , « A constraint-based approach to modelling the mobility of the human knee joint », *Journal of Biomechanics*, vol. 36, no. 1, pp. 125 – 129, 2003.
- [Freudenstein, 2010] Ferdinand Freudenstein , « Approximate synthesis of four-bar linkages », *Resonance*, vol. 15, pp. 740–767, 2010 10.1007/s12045-010-0084-7.
- [Fuss, 1989] Frank K. Fuss , « Anatomy of the cruciate ligaments and their function in extension and flexion of the human knee joint », *American Journal of Anatomy*, vol. 184, no. 2, pp. 165–176, 1989.
- [Gard *et al.*, 1996] Steven A. Gard, Dudley S. Childress, and Jack E. Uellendahl , « The influence of four-bar linkage knees on prosthetic swing-phase floor clearance », *Journal of Prosthetics and Orthotics*, vol. 8, no. 2, pp. 34–40, 1996.
- [Ghorbani and Wu, 2009] R. Ghorbani and Q. Wu , « Adjustable stiffness artificial tendons : Conceptual design and energetics study in bipedal walking robots », *Mechanism and Machine Theory*, vol. 44, pp. 140–161, 2009.
- [Gill *et al.*, 1981] P.E. Gill, W. Murray, and M.H. Wright , *Practical optimization* Academic Press, London, 1981.
- [Gini *et al.*, 2007] G. Gini, U. Scarfogliero, and M. Folgheraiter , « Human-oriented biped robot design : insights into the development of a truly antropomophic leg », In *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 2910–2915, 2007.
- [Gosselin and Angeles, 1990] C. Gosselin and G. Angeles , « Singularity analysis of closed-loop kinematic chains », *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 6, no. 3, pp. 281–290, 1990.
- [Hamon and Aoustin, 2009] A. Hamon and Y. Aoustin , « Study of different structures of the knee joint for a planar bipedal robot », In *9th IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots (Humanoids09)*, pp. 113–120, Paris, December 2009.
- [Hamon and Aoustin, 2010] Arnaud Hamon and Yannick Aoustin , « Cross four-bar linkage for the knees of a planar bipedal robot », In *2010 IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots*, pp. 379–384, 2010.
- [Hanavan, 1964] E.P. Hanavan , « A mathematical model of human-body », Technical Report, Air Force Aerospace Medical Research Laboratories, Wright-Patterson Air Force Base, Dayton, Ohio, USA, 1964.

- [Hurst *et al.*, 2004] J.W. Hurst, J.E. Chestnutt, and A.A. Rizzi , « An actuator with physically variable stiffness for highly dynamic legged locomotion », In *Proceedings of the 2004 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 4662–4667, 2004.
- [Kajita *et al.*, 2007] S. Kajita, K. Kaneko, M. Morisawa, S. Nakaoka, and H. Hirukawa , « Zmp-based biped running enhanced by toe springs », In *2007 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 3963–3969, 2007.
- [Kaneko *et al.*, 2004] K. Kaneko, F. Kanehiro, S. Kajita, H. Hirukawa, T. Kawasaki, M. Hirita, K. Akachi, and T. Isozumi , « Humanoid robot hrp-2 », In *Proceedings of the International Conference on Robotics and Automation 2004*, pp. 1083–1090, 2004.
- [Kaneko *et al.*, 2009] Kenji Kaneko, Fumio Kanehiro, Mitsuharu Morisawa, Kanako Miura, Shin'ichiro Nakaoka, and Shuuji Kajita , « Cybernetic human hrp-4c », In *9th IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots*, 2009.
- [Khalil and Dombre, 2002] W. Khalil and E. Dombre , *Modeling, identification and control of robots* Hermes Sciences Europe, 2002.
- [Klein and Sommerfeld, 2008] P. Klein and P. Sommerfeld , *Biomécanique des membres inférieurs : bases et concepts, bassin, membres inférieurs* Elsevier, 2008.
- [Landjerit and Bissérie, 1992] B. Landjerit and M. Bissérie , « Cinématique spatiale de l'articulation fémoro-tibiale du genou humain : caractérisation expérimentale et implications chirurgicales », *Acta Orthopaedica Belgica*, vol. 58, no. 2, pp. 147–158, 1992.
- [Leardini *et al.*, 1999] A. Leardini, J.J. O'Connor, F. Catani, and S. Giannini , « A geometric model of the human ankle joint », *Journal of Biomechanics*, vol. 32, no. 6, pp. 585 – 591, 1999.
- [Lepoutre, 2007] J.P. Lepoutre , *Modélisation biomécanique du mouvement : Vers un outil d'évaluation pour l'instrumentation en orthopédie* , Thèse de Doctorat, Université du sud Toulon, 2007.
- [Lida *et al.*, 2009] F. Lida, W. Minekawa, J. Rummel, and A. Seyfarth , « Toward a human-like biped robot with compliant legs », *Robotics and Autonomous Systems*, vol. 57, pp. 139–144, 2009.
- [Liu *et al.*, 2006] Xin-Jun Liu, Jinsong Wang, and G. Pritschow , « Kinematics, singularity and workspace of planar 5r symmetrical parallel mechanisms », *Mechanism and Machine Theory*, vol. 41, no. 2, pp. 145 – 169, 2006.
- [Menschik, 1974] A. Menschik , « Mechanics of the knee-joint. part i. », *Z Orthop Ihre Grendgeb*, vol. 112, no. 3, pp. 481–495, 1974.
- [Miossec, 2004] S. Miossec , *Contribution à la marche d'un bipède* Thèse de doctorat, Université de Nantes, Nantes, France, Novembre 2004.

- [Miossec and Aoustin, 2006] S. Miossec and Y. Aoustin , *Dynamical synthesis of a walking cyclic gait for a biped with point feet*, volume 340 of *Lecture Notes in Control and Information Sciences*, pp. 233–252 Springer Berlin / Heidelberg, 2006.
- [Monnet, 2007] T. Monnet , *Contribution à l'identification des paramètres inertiels des segments du corps humain* , Thèse de Doctorat, Université de Poitiers, 2007.
- [Murray and Larochelle, 1998] A. P. Murray and P. M. Larochelle , « A classification scheme for planar 4r, spherical 4r, and spatial rccc linkages to facilitate computer animation », In *1998 ASME Design Engineering Technical Conferences*, 1998.
- [Ogura *et al.*, 2006] Y. Ogura, H. Aikawa, K. Shimomura, H. Kondo, A. Morishima, H. Lim, and A. Takanishi , « Development of a new humanoid robot wabian-2 », In *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation 2006*, pp. 76–81, 2006.
- [Park and Kim, 1990] F.C. Park and J.W. Kim , « Singularity analysis of closed kinematic chains », *Journal of mechanical design*, vol. 121, no. 1, pp. 32–38, 1990.
- [Paul, 1981] R.P. Paul , *Robot manipulators : mathematics, programming, and control* MIT Press, 1981.
- [Radcliffe, 1994] C. W. Radcliffe , « Four-bar linkage prosthetic knee mechanisms : Kinematics, alignment and prescription criteria », *Prosthetics and Orthotics International*, vol. 18, no. 3, pp. 159–173, 1994.
- [Subit, 2004] D. Subit , *Modélisation de la liaison os-ligament dans l'articulation du genou* , Thèse de Doctorat, Université de la méditerranée - Aix Marseille II, 2004.
- [Suleiman *et al.*, 2008] Wael Suleiman, Eiichi Yoshida, Fumio Kanehiro, Jean-Paul Laumond, and André Monin , « On Human Motion Imitation by Humanoid Robot », In *2008 IEEE International Conference on Robotics and Automation.*, pp. 2697–2764, Californina, USA, 2008.
- [Tajima *et al.*, 2009] R. Tajima, D. Honda, and K. Suga , « Fast running experiments involving a humanoid robot », In *2009 IEEE Conference on Robotics and Automation*, pp. 1571–1576, 2009.
- [Tlalolini Romero, 2008] D. Tlalolini Romero , *Génération de mouvements optimaux de marche pour des robots bipèdes 3D* Phd thesis, Ecole Centrale de Nantes, Nantes, France, Decembre 2008.
- [Tlalolini Romero *et al.*, 2009a] D. Tlalolini Romero, Y. Aoustin, and C. Chevallereau , « Design of a walking cyclic gait with single support phases and impacts for the locomotor system of a thirteen-link 3d biped using the parametric optimization », *Multibody System Dynamics*, vol. 23, no. 1, pp. 33–56, 2009.

- [Tlalolini Romero *et al.*, 2009b] D. Tlalolini Romero, C. Chevallereau, and Y. Aoustin , « Comparison of different gaits with rotation of the feet for a planar biped », *Robotics and Autonomous Systems*, vol. 57, no. 4, pp. 371–383, Avril 2009.
- [Vukobratovic and Stepanenko, 1972] M. Vukobratovic and J. Stepanenko , « On the stability of anthropomorphic systems », *Mathematical Biosciences*, vol. 15, no. 1, pp. 1–37, 1972.
- [Wolf and Hirzinger, 2008] S. Wolf and G. Hirzinger , « A new variable stiffness design : matching requirments of the next robot generation », In *2008 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 1741–1746, 2008.
- [Zlatanov *et al.*, 2002] D. Zlatanov, I.A. Bonev, and C.M. Gosselin , « Estimation of body segment parameters from three-dimensional gait data using optimization », In *Proceedings. ICRA '02. IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 2002.

Influence de la cinématique d'une articulation de genou polycentrique sur la marche d'un robot bipède

Résumé :

Ce travail est dédié à l'étude de l'influence de l'utilisation d'une articulation du genou polycentrique durant la marche d'un robot bipède. Ce type d'articulation permet d'obtenir un mouvement du centre de rotation instantané du genou tel que l'on peut l'observer chez l'homme contrairement à la majorité des robots humanoïdes, qui utilisent une seule liaison pivot aux genoux.

La cinématique de l'articulation du genou humain est présentée dans un premier temps, afin de déterminer un mécanisme susceptible de reproduire les mouvements du genou humain. Cette articulation constituée d'un mécanisme parallèle est étudiée du point de vue cinématique notamment pour déterminer son espace de travail sans passage par des singularités. Le formalisme de Lagrange est utilisé pour la définition du modèle dynamique du robot avec l'ajout de multiplicateurs de Lagrange pour tenir compte des efforts internes aux genoux à 4-barres. Un problème d'optimisation paramétrique sous contraintes est posé pour générer un ensemble de trajectoires de marche optimale en énergie avec ou sans phases de double support et en tenant compte d'impacts impulsionsnels.

Les trajectoires ainsi générées sont comparées au même type de trajectoires obtenues dans le cas de l'utilisation d'une articulation pivot pour le genou et montrent une diminution de la consommation d'énergie pour les différentes allures avec des genoux à 4-barres. Cette diminution d'énergie est obtenue par une réduction de la variation de l'énergie potentielle par rapport au cas du robot utilisant des genoux pivots. Enfin, nous montrons une réduction d'énergie dans le cas de l'utilisation de ressorts sur les genoux à 4-barres.

Mots-clés : Robot bipède, modélisation dynamique, mouvement optimal, système sous-actionné, articulation à 4-barres, domaine de singularité.

Effects of a polycentric knee joint on the walking of a bipedal robot.

Abstract :

This work is devoted to the study of the influence of a polycentric knee joint during walking motions of a biped robot. This type of joint allows a movement of the instantaneous center of rotation of the knee like in human case, contrary to the most humanoid robots, which use single revolute knees.

First, the kinematics of the human knee joint is presented, to determine a mechanism to reproduce the movements of the human knee. This joint consists of a parallel mechanism and is studied from the kinematic point of view to determine its workspace without singularities. The Lagrange formalism is used to define the dynamic model of the biped robot with the addition of Lagrange multipliers to take into account the internal forces on the four-bar knee joints. A parametric optimization problem under constraints is purposed to generate a set of optimal trajectories in energy with or without double support phases and with impulsive impact.

The trajectories thus generated are compared to the same type of trajectory obtained in the case of using revolute joints for the knees and show a decrease of the energy consumption for different speeds with the four-bar knees and for the different type of walking gait. This reduction of energy is obtained by the limitation of the variation of potential energy compared to the robot using revolute knees. Finally, we show an energy reduction by using of springs in parallel of the actuator for the four-bar knee joints.

Keywords : Biped robots, dynamic model, optimal motion, under-actuated biped, 4-bar knee joint, singularity.